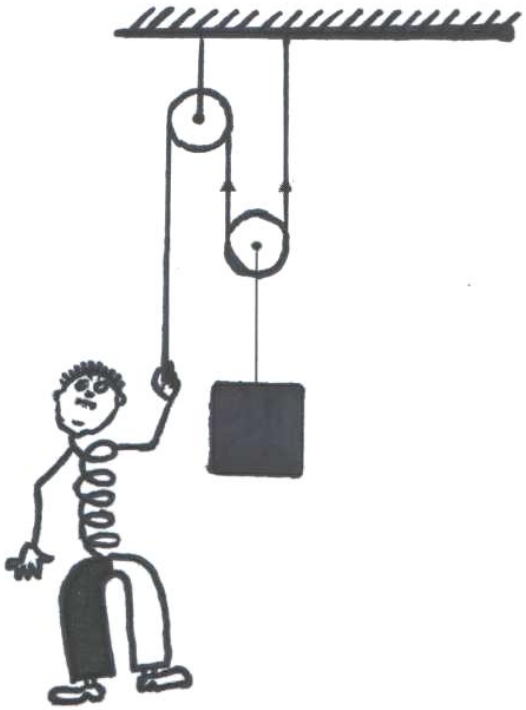
ISSN 1392-2068

LIETUVOS FIZIKŲ DRAUGIJA
ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS

JAUNŲJŲ FIZIKŲ MOKYKLA

„FOTONAS“

III KURSO UŽDUOTYS IR METODINIAI NURODYMAI
2008 10 (465)



Šiauliai 2008

ISSN 1392-2068

LIETUVOS FIZIKŲ DRAUGIJA
ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
JAUNŲJŲ FIZIKŲ MOKYKLA „FOTONAS“

Genovaitė Meinorienė, Aurelija Pelanskienė, Saulius Pelanskis

ŠVIESOS BANGINĖS SAVYBĖS. ATOMO SANDARA. MECHANIKA. MECHANINIS DARBAS, ENERGIJA.

III KURSO UŽDUOTYS IR METODINIAI NURODYMAI

Metodinė priemonė
2008–2009 mokslo metai

Šiauliai 2008

Leidžiama nuo 1972 m.
Leidinių periodiškumas – 15 per metus.

Leidinį parengė:
I turo metodinius nurodymus ir užduotis – Genovaitė Meinorienė,
II turo metodinius nurodymus ir užduotis – Saulius Pelanskis,
III turo metodinius nurodymus ir užduotis – Aurelija Pelanskienė.

Recenzavo: dr. Rasa Žemaičiūnienė,
vyr. metodininkas Vacys Jankus.

Šiaulių universiteto Gamtos mokslų fakulteto tarybos rekomenduota 2008-02-08
(protokolo Nr. 12)

© Šiaulių universitetas, 2008

SU NAUJAISIAIS MOKSLO METAIS, FOTONIEČIAI !

Šie mokslo metai jaunųjų fizikų mokykloje Jums tretieji. Linkime ir toliau domėtis patraukliu fizikos mokslu – kartais žaviu, o kartais ir sunkiu. Sėkmingai spręskite naujų turų uždavinius.

Šiais mokslo metais per tris turus reikės išspręsti 60 uždavinių.

Geriausi fotoniečiai bus kviečiami į "Fotono" vasaros stovyklą.

Šifras, kurį Jūs gavote pirmame kurse, lieka tas pats.

Primename, kad mokinys, neatsiuntęs iš eilės dviejų turų sprendimų be pateisinamos priežasties, šalinamas iš "Fotono" mokyklos be atskiro pranešimo.

Uždavinių sprendimų išsiuntimo terminai:

I turas – **2008-11-10**,
II turas – **2009-02-10**,
III turas – **2009-04-15**,

Sąsiuvinius su sprendimais siųskite adresu:

,,Fotonui"
Šiaulių universitetas
P. Višinskio g. 19
76351 Šiauliai

LINKIME SĖKMĖS!

,,Fotono" taryba

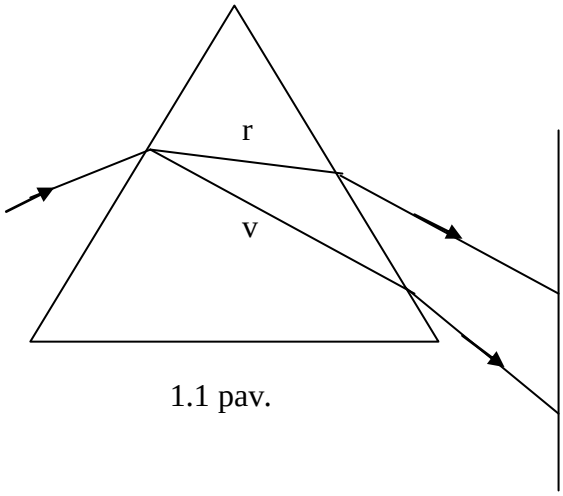
Tel./faks. (8~41) 59 57 24
El. paštas fotonas@fm.su.lt
www.fotonas.su.lt

I TURAS

ŠVIESOS BANGINĖS SAVYBĖS. ATOMO SANDARA

Metodiniai nurodymai

Jeigu nukreipsime siaurą šviesos spindulį į trikampę prizmę, tai jis bus išskaidytas į septynias spalvas: raudoną, oranžinę, geltoną, žalią, žydrą, mėlyną ir violetinę. Visų spalvų šviesos sklidimo greitis vienodas tik tuštumoje.



1.1 pav.

Pereinant šviesai į tam tikrą aplinką, sklidimo greitis sumažėja nevienodai: mažiausiai – raudonos, daugiausiai – violetinės. Todėl įvairių spalvų šviesa lūžta nevienodai.

Monochromatinei šviesai pereinant iš tuštumos į tam tikrą aplinką dažnis nesikeičia, o bangos ilgis ir greitis sumažėja n kartų.

$$v = \frac{c}{n},$$

$$\lambda = \frac{\lambda'}{n};$$

čia c – šviesos greitis tuštumoje, v – šviesos greitis tam tikroje aplinkoje, λ' – bangos ilgis tuštumoje, λ – bangos ilgis tam tikroje aplinkoje.

Monochromatinės šviesos dažnis tuštumoje:

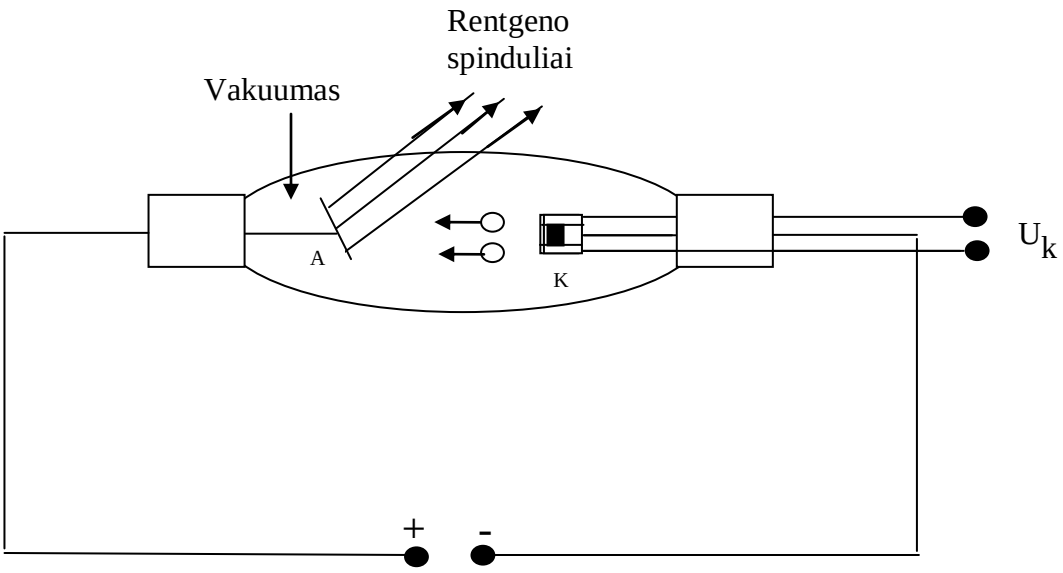
$$\nu = \frac{c}{\lambda'}.$$

Monochromatinės šviesos dažnis tam tikroje aplinkoje:

$$\nu = \frac{v}{\lambda}.$$

Šiandieną žinomos elektromagnetinės bangos skirstomos į radijo bangas, infraraudonuosius spindulius, regimąją šviesą, ultravioletinius, rentgeno ir gama spindulius.

1895 m. vokiečių fizikas Vilhelmas Rentgenas nustatė, kad greitiems elektronams susiduriant su kieta medžiaga sukeliamas spinduliavimas, kuris prasiskverbia pro šviesai neskaidrias medžiagas. Šiuos spindulius jis pavadino X spinduliais, kurie vėliau mokslininko garbei buvo pavadinti rentgeno spinduliais. Rentgeno spinduliai gaunami rentgeno vamzdžiu.



1.2 pav. Rentgeno vamzdis

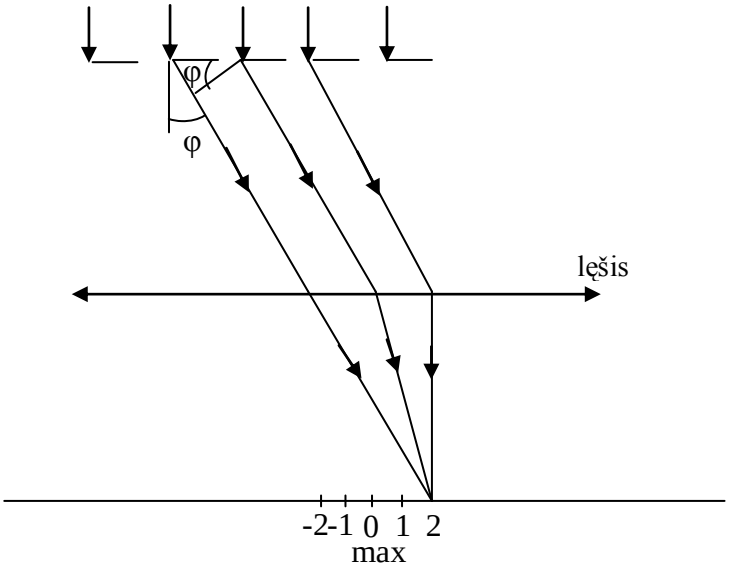
Jį sudaro stiklinis indas, iš kurio išsiurbtas oras. Inde įtaisyti du elektrodai – anodas ir katodas. Įkaitintas katodas spinduliuoja elektronus, kurie aukštos įtampos elektrinio lauko tarp anodo ir katodo pagreitinti įgyja didelę kinetinę energiją. Kuo didesniu greičiu elektronai smogia į anodą, tuo trumpesnio bangos ilgio rentgeno spindulius jie stabdomi spinduliuoja.

Difrakcija – tai reiškinys, kai bangos užlinksta perėjusios kliūtį. Difrakcija stebima, kai tenkinama sąlyga:

$$\frac{d^2}{4\ell} \approx \lambda;$$

čia d – kliūties matmuo, λ – bangos ilgis, ℓ – atstumas už kliūties.

Praktinio šviesos difrakcijos pritaikymo pavyzdys yra difrakcinė gardelė. Gaminant difrakcinę gardelę labai plonu rėžikliu stiklo plokštelėje arba veidrodyje įrėžiami lygiagretūs rėžiai. Šie rėžiai neskaidrūs, o tarpai tarp jų – skaidrūs arba veidrodiniai. Atstumas tarp rėžių (skaidraus plyšio ir rėžio bendras plotis) vadinamas gardelės konstanta d arba periodu. Prie pat gardelės padėtas lęšis surenka iki lęšio tarpusavyje lygiagrečiai einančius spindulius. Prieš gardelės centrą visada yra šviesi juostelė – centrinis maksimumas. Abipus jo vienodais atstumais gaunami pirmos, antros ir aukštesnių eilių maksimumai. Jie gaunami tose ekrano vietose, į kurias lęšis surenka kampu užlinkusius spindulius. Tų spindulių eigos skirtumas turi būti lygus sveikajam bangų ilgių skaičiui:



1.3 pav.

$$d \sin\varphi = k\lambda;$$

čia k = 0,1, 2…

Šviesos dalelės, fotonai

Šviesa sklinda kaip bangos, o spinduliuojama ir sugeriama apibrėžtais energijos kiekiais – kvantais. Vadinasi, banga turi dalelės savybių. Toji dalelė pavadinta fotonu.

Vieno kvanto energija apskaičiuojama pagal formulę:

$$E = h\nu;$$

čia E – kvanto energija, ν – bangos dažnis, Planko konstanta ($h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js).

Žinant, kad

$$\nu = \frac{c}{\lambda};$$

čia c – šviesos greitis, λ – bangos ilgis,

kvanto energija gali būti išreikšta:

$$E = h\frac{c}{\lambda}.$$

Ultravioletinių spindulių dažnis yra didesnis negu raudonųjų spindulių. Vadinasi, ultravioletinių spindulių kvanto energija yra didžiausia. Todėl nesunkiai galime paaiškinti, kodėl dažai blunka veikiami ultravioletinių, bet nekinta veikiami regimosios šviesos, o ryškinant fotonuotraukas laboratorijos būna apšviestos raudona šviesa.

Fotonas turi ir masę. Fotono masė apskaičiuojama pagal reliatyvumo teorijos energijos formulę:

$$m = \frac{E}{c^2};$$

čia m – fotono masė, E – fotono energija, c – šviesos greitis.

Kartu fotonas turi vieną savybę – jis neegzistuoja rimties būsenoje, atsiradęs iš karto juda šviesos greičiu.

Fotoelektriniu efektu (fotoefektu) vadinamas šviesos dalelių (fotonų) energijos perdavimas medžiagos elektronams, kurie dėl to arba išlekia iš jos (išorinis fotoefektas) arba joje tampa laisvi (vidinis fotoefektas).

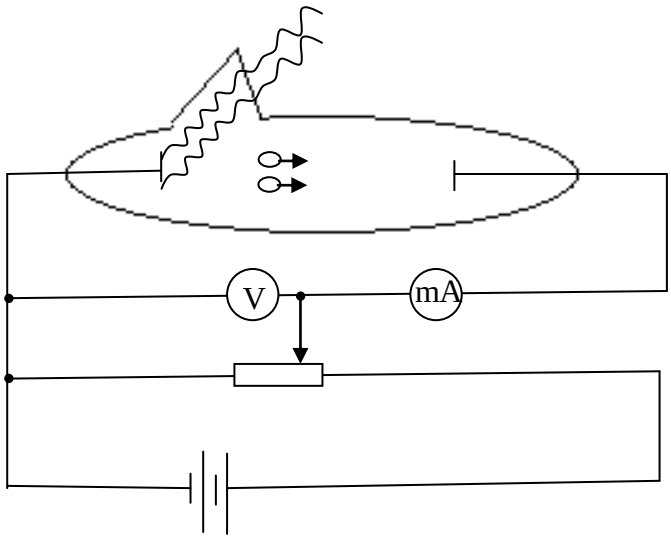
Energijos tvermės dėsnis fotoefektui išreiškiamas Einšteino lygtimi:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2};$$

čia hν – kvanto energija, A – elektrono išlaisvinimo iš metalo darbas.

Kiekvienoje medžiagoje fotoefektas vyksta tik tada, kai krintančios šviesos dažnis yra didesnis už tam tikrą (mažiausią) vertę, o fotono energija lygi išlaisvinimo darbui. Todėl fotoefektas vyks jeigu ir elektronui nebus suteikta kinetinė energija. Fotoefekto raudonąją ribą atitinkantis šviesos virpesių dažnis randamas pagal lygtį:

$$h\nu_{min} = A \quad \text{arba} \quad h\frac{c}{\lambda_{max}} = A,$$

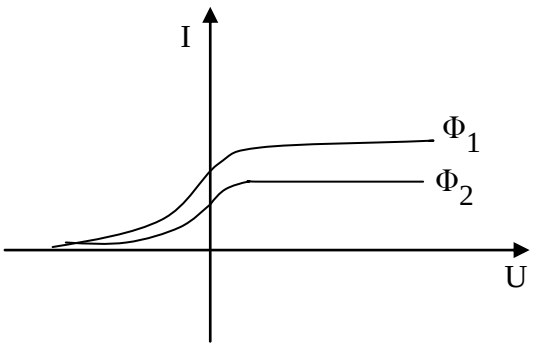


1.4 pav.

kai $\nu < \nu_{min}$ (arba $\lambda > \lambda_{max}$) fotoefektas nevyksta.

Fotonų energija dažnai išreiškiama elektronvoltais $1\text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{J}$.

Fotoefekto tyrimai atliekami 1.4 pav. parodytame įrenginyje. Jo elektrodai pagaminti iš chemiškai grynų metalų ir įtaisyti vakuuminiame inde. Kaip fotosrovė priklauso nuo įtampos tarp elektrodų, kai nevienodas šviesos srautas, rodo grafikai ($\Phi_1 > \Phi_2$) (1.5 pav.). Iš jų matome, kad ir nesant įtampos tarp elektrodų, greičiausieji fotoelektronai pasiekia teigiamą elektrodą (anodą). Didinant įtampą, didėja ir fotosrovės stiprumas, kol pasiekiamas soties srovės stiprumas. Tuomet visi fotoelektronai pasiekia anodą. Soties srovė tiesiogiai proporcinga krintančiam į fotoelementą šviesos srautui.



1.5 pav.

Neutronai gali sukelti kai kurių sunkiųjų elementų branduolių dalijimąsi. Nustatyta, kad apšaudant uraną neutronais atsiranda nauji cheminiai elementai, priklausantys periodinės elementų lentelės vidurinei daliai. Branduolys ne tik pasidalija į dvi skeveldras (du naujus branduolius), bet kartu ir išspinduliuoja 2–3 neutronus ir γ kvantus. Pavyzdžiui:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{95}_{36}Kr + ^{139}_{56}Ba + 2^{1}_{0}n \quad \text{arba}$$

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{144}_{54}X + ^{90}_{38}Sr + 2^{1}_{0}n\,.$$

Dalijimosi metu atsiradę neutronai gali sukelti kitų branduolių dalijimąsi, kurio metu išspinduliuoti neutronai vėl sukels dalijimąsi. Tokia nenutrūkstama branduolių dalijimosi reakcija vadinama grandinine.

Dalijantis branduoliams, išsiskiria milžiniška energija, vadinama branduoline. Nejudančių dalijimosi produktų masė (rimties masė) yra mažesnė už pradinių produktų rimties masę. Vadinasi, išsiskyrusi energija susijusi su rimties masės pokyčiu.

XX a. pradžioje Einšteinas atrado tokį masės ir energijos sąryšį:

$$E = mc^2;$$

čia c – šviesos greitis ($c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$).

Todėl su mažais Δm masės pokyčiais susiję dideli energijos pokyčiai ΔE:

$$\frac{\Delta E}{\Delta m} = c^2.$$

Energijos pokytis vykstant branduolinei reakcijai $\Delta E = (\Sigma M_1 - \Sigma M_1)c^2$, čia ΣM_1 ir ΣM_2 dalelių masių suma prieš reakciją ir po jos.

Jeigu $\Sigma M_1 > \Sigma M_2$, tai energija išsiskiria, o jeigu $\Sigma M_1 < \Sigma M_2$, energija absorbuojama.

1 a.m.v. masės defektą atitinka 931 MeV branduolio ryšio energija.

$$1\,\text{a.m.v.} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}.$$

Spręsdami uždavinius, jeigu reikia apskaičiuoti energijos pokytį įvykus branduolinei reakcijai, raskite dalelių masių prieš reakciją ir po reakcijos sumas; tų sumų skirtumą ΔM padauginkite iš 931 $\frac{\text{MeV}}{\text{a.m.v.}}$. Jeigu $\Delta M > 0$, tai energija išsiskiria, o jeigu $\Delta M < 0$, tai energija absorbuojama. Jei reikia, ryšio energiją galima išreikšti džauliais: $1\text{MeV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

1 pavyzdys

Ar gali dvi įvairių spalvų bangos, pavyzdžiui, raudonas ir žalias spindulys, turėti vienodą bangos ilgį? Jeigu gali, tai kokiomis sąlygomis? Atlikti skaičiavimus, kai raudonos spalvos bangos ilgis λ_r=760 nm, o žalios $\lambda_ž$=570 nm.

λ_r=760 nm
$\lambda_ž$=570 nm

Gali. Spalva priklauso nuo bangos dažnio, o ne nuo bangos ilgio. Raudonojo spindulio bangos ilgis λ_r yra didesnis negu žalios spalvos bangos ilgis $\lambda_ž$, tai raudoną spindulį praleisdami pro skaidrią aplinką, kurios lūžio rodiklis n yra didesnis negu oro, gauname:

$$\lambda_r = \frac{c}{\nu}, \qquad (1)$$

raudonų spindulių bangos ilgis tam tikroje skaidrioje aplinkoje λ_r':

$$\lambda_r' = \frac{v}{\nu}. \qquad (2)$$

Iš (1) $\quad \nu = \frac{c}{\lambda_r}$,

iš (2) $\quad \nu = \frac{v}{\lambda_r'}$,

tai $\quad \frac{c}{\lambda_r} = \frac{v}{\lambda_r'}$,

$$\lambda_r = \frac{c\lambda_r'}{v}.$$

Žinant, kad $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v}$,

$$\lambda_r = n\lambda_r^{'}.$$

Pagal uždavinio sąlygą reikalaujama, kad

$$\lambda_ž = \lambda_r^{'}.$$

Iš čia išeina, kad $\lambda_r = n\lambda_ž$.

Tada

$$n = \frac{\lambda_r}{\lambda_ž} = \frac{760\,nm}{570\,nm} = 1{,}33.$$

Jeigu raudonas spindulys sklis vandenyje (vandens n = 133), tai jo bangos ilgis bus lygus žalio spindulio bangos ilgiui.

2 pavyzdys

Kokiu greičiu lėkė elektronas, jeigu staiga jį stabdant atsirado rentgeno spinduliai, kurių ilgis 0,6 μm. Laikyti, kad visa kinetinė elektrono energija virto elektromagnetinio lauko energija. Elektrono masė $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

	$h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ Js
v	$\lambda = 6\cdot10^{-10}$ m
	$m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg
	$c = 3\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{mv^2}{2} = h\frac{c}{\lambda}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2ch}{m_e\lambda}}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2\cdot3\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}\cdot6{,}62\cdot10^{-34}\,Js}{9{,}1\cdot10^{-31}kg\cdot6\cdot10^{-10}\,m}} = 27000\frac{km}{s};$$

$$\underline{v = 2700\frac{km}{s}}.$$

3 pavyzdys

Sidabro plokštelė apšviečiama šviesa, kurios bangos ilgis 1500 Å. Kam lygus išmušto elektrono greitis, jei sidabro raudonoji riba yra 2600 Å?

	$\lambda = 1500Å = 15\cdot 10^{-8} m$
	$\lambda_0 = 2600\ Å = 26\cdot 10^{-8} m$
v	$m = 9{,}1\cdot 10^{-31} kg$
	$c = 3\cdot 10^{8}\ \frac{m}{s}$
	$h = 6{,}63\cdot 10^{-34} Js$

Fotono energija:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

čia m – elektrono masė, v – elektrono greitis, A = $h\upsilon_0$ – elektrono išlaisvinimo darbas.

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{mv^2}{2}.$$

Kadangi $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ir $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0}$, tai:

$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_0} + \frac{mv^2}{2},$$

iš čia:

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m}(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0})}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34} Js\cdot 3\cdot 10^{8}\ \frac{m}{s}}{9{,}1\cdot 10^{-31} kg}\cdot(\frac{1}{15\cdot 10^{-8} m} - \frac{1}{26\cdot 10^{-8} m})} = 1.11\cdot 10^{6}\ \frac{m}{s};$$

$$v = 1{,}11 \cdot 10^6 \frac{m}{s}.$$

4 pavyzdys

Keliais laipsniais sušils per 1 s 0,2 g masės vandens lašelis, absorbuodamas kas sekundę po 10^{10} fotonų, kurių bangos ilgis $7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m?

	$m = 2 \cdot 10^{-4}$ kg
	N= 10^{10}
ΔT	t= 1 s
	$\lambda = 7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m
	$c_v = 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{J}{kgK}$

Absorbuotoji šviesos energija:

$$E = NE_1;$$

čia $E_1 = \frac{hc}{\lambda}$ – vieno fotono energija.

Energija, reikalinga vandeniui sušildyti yra:

$$Q = c_v m \Delta T.$$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$E = Q,$$

$$Nh\frac{c}{\lambda} = c_v m\,\Delta T.$$

Iš čia

$$\Delta T = N\frac{hc}{\lambda c_v m} = \frac{10^{10} \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7{,}5 \cdot 10^{-7} \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 3{,}2 \cdot 10^{-9}\,K.$$

$$\Delta T = 3{,}2 \cdot 10^{-9}\,K.$$

5 pavyzdys

Kiek fotonų patenka per 1 s į žmogaus akį, jeigu į akį patenka šviesa, kurios bangos ilgis 0,5 μm esant $2 \cdot 10^{-17}$ W šviesos galiai?

	t= 1 s
	$\lambda = 0{,}5\mu, \quad = 0{,}5 \cdot 10^{-7}$ m
N	$P = 2 \cdot 10^{-17}$ W
	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js
	$c = 3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$

Pilna šviesos energija, patenkanti į akį:

$$W = Pt.$$

Vieno fotono energija:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}.$$

Tada fotonų skaičius, patenkantis į akį per tą laiką:

$$N = \frac{W}{E} = \frac{Pt}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{Pt\lambda}{hc}.$$

$$N = \frac{2 \cdot 10^{-17} \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 50.$$

$$\underline{N = 50}.$$

6 pavyzdys

Turime atskiras elektriškai neutralias plokšteles – metalinę ir puslaidininkinę. Apšvietus metalą, įvyksta išorinis fotoefektas, o apšvietus puslaidininkinę – vidinis. Ar plokštelės liks neutralios? Jeigu ne, tai kokio ženklo bus jų krūvis?

Metalinė plokštelė įsielektrins teigiamai (nes įvyko fotoefektas, elektronai buvo išmušti iš medžiagos), o puslaidininkinė plokštelė liks neutrali (nes įvyko vidinis fotoefektas).

7 pavyzdys

Li apšaudomas α dalele. Pabaikite rašyti reakcijos lygtį:

$$^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He \rightarrow ? + ^{3}_{2}He.$$

Pagal nuklonų skaičių tvermės dėsnį:

$$7 + 4 = m + 3,$$

$$m = 8.$$

Pagal krūvio tvermės dėsnį:

$$3 + 2 = n + 2,$$

$$n = 3.$$

Pagal Mendelejevo periodinę elementų lentelę ${}^{m}_{n}X$ yra ličio izotopas ${}^{8}_{3}Li$.

Užrašome lygtį:

$${}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{8}_{3}Li + {}^{3}_{2}He.$$

8 pavyzdys

Kurioje branduolinėje reakcijoje energija išskiriama ir kurioje absorbuojama:

$${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow 2{}^{4}_{2}He,$$

$${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H.$$

Kiek energijos išsiskyrė ar buvo absorbuota?

Lentelėje randame pradinių dalelių ir dalelių – reakcijos produktų – mases.

$$M_{{}^{7}_{3}Li} = 7{,}01601 \text{a.m.v.}$$

$$M_{{}^{1}_{1}H} = 1{,}00728 \text{a.m.v.}$$

$$M_{{}^{4}_{2}He} = 4{,}002600 \text{a.m.v.}$$

Apskaičiuojame energijos pokytį vykstant pirmai reakcijai:

$$\Delta E_1 = ((M_{{}^{7}_{3}Li} + M_{{}^{1}_{1}H}) - 2M_{{}^{4}_{2}He}) \cdot 931 \frac{\text{MeV}}{\text{a.m.v.}},$$

$$\Delta E_1 = ((7{,}01601 + 1{,}00729) - 8{,}00520) \cdot 931,$$

$$\Delta E_1 = 16{,}8 \text{MeV}.$$

Apskaičiuojame energijos pokytį vykstant antrajai reakcijai:

$$\Delta E_2 = ((M_{{}^{14}_{7}N} + M_{{}^{4}_{2}He}) - (M_{{}^{17}_{8}O} + M_{{}^{1}_{1}H})) \cdot 931 \frac{\text{MeV}}{\text{a.m.v.}},$$

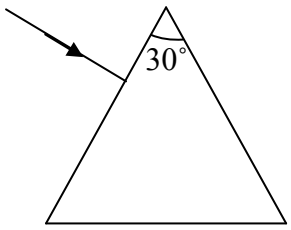
$$\Delta E_2 = ((14{,}00307 + 4{,}00260) - (16{,}9913 + 1{,}00728)) \cdot 931,$$

$$\Delta E_2 = -0{,}00074 \cdot 931 = -0{,}689 \text{MeV}.$$

Vykstant pirmai reakcijai, energija išsiskiria, nes $\Delta M > 0$, o vykstant antrai reakcijai energija absorbuojama, nes $\Delta M < 0$.

I TURO UŽDAVINIAI

1. Baltos šviesos spindulys statmenai krinta į trisienę prizmę, kurios laužiamasis kampas 30˚. Prizmės lūžio rodiklis raudoniems spinduliams 1,51, o violetiniams – 1,53. Kokiu kampu išsiskiria raudonieji ir violetiniai spinduliai, praėję pro prizmę?



1.6 pav.

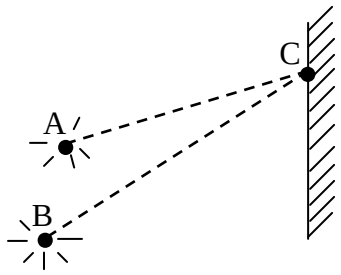
2. Monochromatinė šviesos banga vandenyje per tam tikrą laiką nueina kelią ℓ=1 m. Kokį kelią ji nueis per tą laiką vakuume?

3. Ar vienodas raudonų ir violetinių spindulių greitis vakuume, vandenyje? Paaiškinkite.

4. Rasti elektromagnetinio spinduliavimo bangos ilgį, kuris atsirado staiga stabdant elektronus, judančius 10^7 m/s greičiu. Laikyti, kad visa kinetinė elektrono energija virto elektromagnetinio lauko energija. Elektrono masė $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

5. Elektronas, lėkęs greičiu $2\cdot10^6$ m/s, atsitrenkė į anodą. Rasti išspinduliuotos bangos ilgį, jeigu anodui tenka 20% elektrono kinetinės energijos.

6. A ir B – koherentiniai šviesos šaltiniai, kurių bangos ilgis 540 nm. Kokį interferencinį vaizdą stebėsime taške C, jeigu šviesos šaltiniai nutolę atstumu AC= 4 m, BC= 4,27 m?



1.7 pav.

7. Rasti bangos ilgį antros eilės difrakciniame spektre, sutampantį su spektro trečios eilės linijomis, kurių bangos ilgis 400 nm.

8. Rasti bangų eigos skirtumą, perėjusių pro difrakcinę gardelę, jeigu maksimumas yra stebimas 11° kampu. Difrakcinės gardelės konstanta 2 μm.

9. Cezio plokštelė apšviečiama ultravioletine šviesa, kurios bangos ilgis λ=200 nm. Koks fotoelektronų greitis? Nustatykite cezio fotoefekto raudonąją ribą.

10. Kokie yra spinduliai, kurių fotono energija 3 eV?

11. Kiek kartų violetinės šviesos kvanto energija yra didesnė už raudonos šviesos kvanto energiją, jeigu bangos ilgis vakuume violetinės λ_v=400nm, o raudonos λ_r=750 nm?

12. Rubino lazeris per vieną žybsnį išspinduliuoja $2\cdot10^{19}$ šviesos kvantų, kurių bangos ilgis 694 nm. Žybsnis trunka $2\cdot10^{-3}$ s. Kokia vidutinė lazerio žybsnio galia?

13. Kokia yra aukso fotoefekto raudonoji riba, jeigu elektrono išlaisvinimo darbas lygus 4,59 eV. Ar vyks fotoefektas auksą apšvietus regimąja šviesa?

14. Fotoelektronų, išlėkusių iš cinko plokštelės, didžiausias greitis $v_{max} = 1\cdot10^8$ cm/s, o fotoefekto raudonoji riba λ_r=290 nm. Kuri fotono energijos dalis sunaudojama elektronui išlaisvinti?

15. Ar ištirps per 1 s 0,01 kg 0°C ledo kristalėlis, esantis ore, jeigu jis per 1 s absorbuoja 10^{11} fotonų, kurių dažnis $\upsilon = 10^{12}$ Hz?

16. 100W galios šviesos šaltinis skleidžia $5\cdot10^{20}$ fotonų per 1 s. Raskite spinduliuojamos bangos vidutinį ilgį.

17. Užbaikite branduolinę reakciją:

$$^{55}_{25}\mathrm{Mn}+^{1}_{1}\mathrm{H}\rightarrow ?+^{1}_{0}\mathrm{n}\,.$$

18. Plutonio izotopas $^{239}_{94}\mathrm{Pu}$ yra radioaktyvus ir skyla, išmesdamas α dalelę:

$$^{239}_{94}\mathrm{Pu}\rightarrow^{235}_{92}\mathrm{U}+^{4}_{2}\mathrm{He}\,.$$

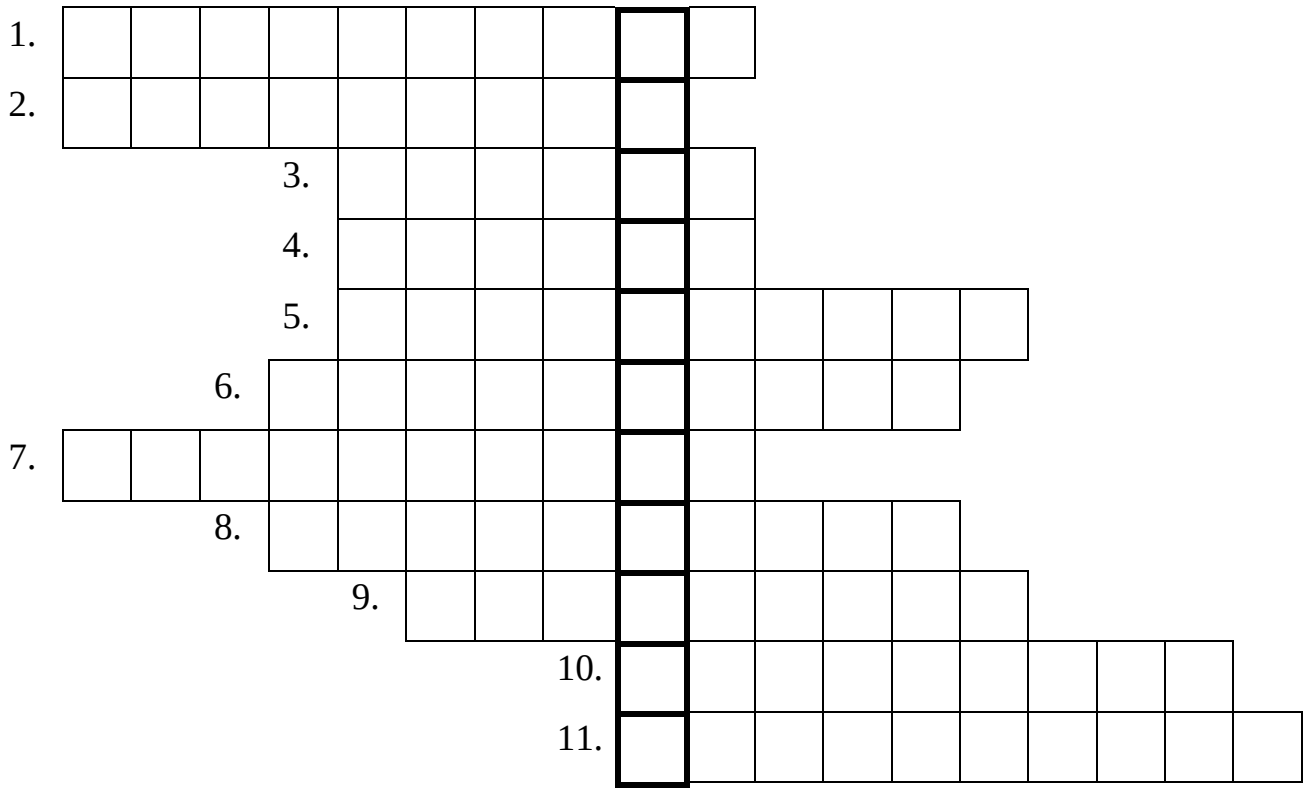
Apskaičiuokite: 1) kiek energijos išsiskyrė šios reakcijos metu; 2) α dalelės greitį, jeigu γ spinduliai nusineša 0,09 MeV energijos.

19. Saulės spinduliavimo galia $\mathrm{P}=3{,}86\cdot10^{26}$ W. Kiek sumažėja Saulės masė per 1 s?

20. Teisingai išsprendę kryžiažodį, stačiame stulpelyje perskaitykite, kaip vadinasi mokslas apie dangaus kūnus.

Klausimai:

1. Geocentrinio pasaulio modelio kūrėjas.
2. Teleskopo išradėjas.
3. Uodeguotoji žvaigždė.
4. Kitas planetos Aušrinės pavadinimas.
5. Dangaus kūnas, nespėjęs sudegti atmosferoje.
6. 74,4 % Saulės sudėtį sudarantis cheminis elementas.
7. Galaktika, matoma Lietuvoje.
8. Matavimo vienetas atstumui iki žvaigždžių matuoti.
9. Metinis Saulės kelias dangumi.
10. Didžiausia Saulės sistemos planeta.
11. Mažosios planetos.


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.

II TURAS

Metodiniai nurodymai

Bendrosios fizikos kurso kinematikos uždaviniuose nagrinėjamas vieno ar keleto materialiųjų taškų tolyginis ir tolygiai kintamas tiesiaeigis ir kreivaeigis judėjimas (dažnai išskiriant judėjimą apskritimu), kietojo kūno sukimasis. Kinematikoje kūnų judėjimas nagrinėjamas neaiškinant judėjimo priežasčių, t. y. nevartojant nei jėgos F, nei masės m sąvokos. Visus kinematikos uždavinius galima suskirstyti į 2 grupes:

1) reikia rasti bet kurį judėjimo parametrą (greitį, pagreitį, ...), kai yra žinomas dėsnis, pagal kurį juda kūnas (tiesioginis uždavinys);

2) nustatyti judėjimo dėsnį, žinant kurį nors parametrą (atvirkštinis uždavinys).

Kaip spręsti kinematikos uždavinius? Pirmiausia, išnagrinėjus ir sutrumpintai užrašius uždavinio sąlygą, reikia nubraižyti brėžinį. Brėžinyje reikia pažymėti taško judėjimo trajektoriją, greičių ir pagreičių vektorius nurodytais laiko momentais, pažymėti sąlygoje nurodytus laiko intervalus. Po to pasirenkama atskaitos sistema (dažniausiai Dekarto koordinačių sistema). Jeigu nėra specialių nurodymų, koordinačių pradžia susiejama su pradiniu judėjimo tašku, o ašis Ox nukreipiama judėjimo kryptimi. Apskritai koordinačių ašis patogu nukreipti taip, kad kuo mažiau reikėtų skaidyti vektorius, t. y. kad kuo daugiau vektorių projekcijų būtų lygių nuliui. Pasirinkus atskaitos sistemą, reikia pažymėti visas judančio taško koordinates nurodytais ir ieškomaisiais laiko momentais. Greičių ir pagreičių vektoriai išskaidomi į dedamąsias Ox ir Oy ašyse ir suprojektuojami. Projekcijų ženklai nustatomi taip: jei vektorius sudaro smailųjį kampą su pasirinkta ašimi, tai jo projekcija teigiama, jei bukąjį – projekcija neigiama, jei statųjį – projekcija lygi nuliui. Kai ieškomojo vektoriaus projekcija iš anksto nežinoma, vektoriaus kryptis pasirenkama laisvai ir lygtyse jo projekcija užrašoma su ženklu, atitinkančiu pasirinktą kryptį. Jei atsakyme gaunamas teigiamas ženklas, tai vektoriaus dedamoji

išilgai ašies nukreipta pasirinkta kryptimi. Neigiamas ženklas rodo, kad pasirinkta vektoriaus kryptis yra priešinga.

Nubraižius brėžinį, koordinačių, greičių ir pagreičių projekcijų kinematinėmis formulėmis susiejami visi naudojami dydžiai, užrašomos papildomos uždavinio sąlygos. Taigi sudaroma kinematinių lygčių sistema. Patikrinus nežinomųjų skaičių (jis turi būti lygus lygčių skaičiui), sistema išsprendžiama ieškomųjų dydžių atžvilgiu, laikantis bendrųjų nurodymų.

Trumpai aptarsime įvairių tipų kinematikos uždavinių sprendimo ypatybes:

• Kai kurių uždavinių sąlygoje duodamas ne vieno, o kelių (dažniausiai dviejų) kūnų tiesiaeigis tolyginis judėjimas atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme arba kita kokia nors atskaitos sistema. Šiais atvejais uždavinių sprendimas supaprastėja, jei visus judėjimus nagrinėsime atskaitos sistemoje, susietoje su vienu iš kūnų. Kartais tokios atskaitos sistemos parinkimas būtinas. Reikia prisiminti, kad, jei kūnas A juda kūno B atžvilgiu greičiu $\vec{v}_1$, tai, remiantis judėjimo reliatyvumu, kūnas B juda greičiu $\vec{v}_2$ kūno A atžvilgiu. Be to,

$$\vec{v}_1 = -\vec{v}_2.$$

• Jei materialusis taškas dalyvauja dviejuose judėjimuose, tai jo poslinkis $\Delta\vec{s}$ lygus vektorinei poslinkių kiekviename judėjime sumai nepriklausomai nuo to, ar vienu metu vyko tie judėjimai:

$$\Delta\vec{s} = \Delta\vec{s}_1 + \Delta\vec{s}_2.$$

Jei judėjimai vyko tuo pačiu metu, tai, padaliję abi lygties puses iš judėjimo laiko Δt, gauname:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,$$

t. y. taško greitis sudėtingame judėjime lygus vektorinei greičių sumai atskiruose judėjimuose.

• Sprendžiant uždavinius, kuriuose nagrinėjamas kūnų judėjimas vertikaliai aukštyn ir žemyn, reikia prisiminti, kad kūnas, tiek judėdamas aukštyn, tiek krisdamas žemyn, juda laisvojo kritimo pagreičiu $\vec{g}$, kurio modulis ir kryptis yra žinoma ($\vec{g}$ vektorius nukreiptas vertikaliai žemyn). Be to, kai nėra oro

pasipriešinimo, kūno kilimo iki aukščiausio trajektorijos taško laikas yra lygus kritimo į pradinį tašką laikui ($t_{kil.} = t_{krit.}$), o greičio modulis kritimo pabaigoje lygus pradinio greičio moduliui, tik priešingos šių vektorių kryptys ($\vec{v}_{krit} = -\vec{v}_0$).

• Nagrinėjant kampu į horizontą mestų kūnų judėjimą, atskaitos sistemos pradžią patogu susieti su išmetimo tašku, ašį Ox nukreipti išilgai Žemės paviršiaus, o ašį Oy statmenai jam. Šiuo atveju galioja judėjimų nepriklausomumo principas, pagal kurį šį judėjimą galime nagrinėti kaip dviejų vienalaikių judėjimų Ox ir Oy ašimis sumą. Reikia nepamiršti, kad judėjimo laikas Ox ašimi lygus judėjimo laikui Oy ašimi, judėjimo greitis Ox ašimi, kai nėra oro pasipriešinimo, nekinta ir yra lygus pradinio greičio $\vec{v}_0$ dedamąjai Ox ašyje, o kūno pagreitis kiekviename trajektorijos taške pastovus ir lygus $\vec{g}$. Taigi, sprendžiant šiuos uždavinius, pirmiausia randamos pradinio greičio dedamosios ašyse Ox ir Oy, po to sudaromos skaliarinės judėjimo lygtys kiekvienai krypčiai.

• Taško judėjimo apskritimu ir kietojo kūno sukimosi aplink nejudančią ašį uždaviniai iš esmės nesiskiria nuo tiesiaeigio judėjimo uždavinių. Skirtumas tik tas, kad šiuo atveju, be bendrųjų taško kinematikos lygčių, reikia taikyti ir kampinio greičio, įcentrinio pagreičio bei kampinio poslinkio lygtis.

• Atskiras judėjimo apskritimu atvejis yra dirbtinių Žemės palydovų judėjimas. Sprendžiant šiuos uždavinius, reikia atsiminti, kad skriejantys aplink Žemę arti jos paviršiaus palydovai juda apskritimine orbita. Jų įcentrinis pagreitis lygus laisvojo kritimo pagreičiui ($a_{įc.} = g$), t. y. palydovai laisvai krinta.

• Svarbią vietą užima uždaviniai, kuriuos sprendžiant taikomi grafikai. Šiuo atveju reikia gerai žinoti elementariųjų funkcijų – tiesės, parabolės lygtis, tolygiai, tolygiai kintamai judančio kūno pagreičio, greičio, poslinkio, kelio ir koordinatės lygtis. Svarbu gerai mokėti tirti šių funkcijų grafikus.

Dinamika nagrinėja kūnų judėjimo dėsnius, atsižvelgdama į priežastis, sąlygojančias to judėjimo pobūdį.

Kūno judėjimo greitis kinta (kūnas įgyja pagreitį) arba kūnas deformuojasi, jei šį kūną veikia aplinkiniai kūnai. Šios sąveikos matas yra jėga. Jėga – vektorinis dydis. Ją apibūdina skaitinė vertė, veikimo kryptis ir veikimo taškas.

Šiame ture nagrinėjamas kūnų, į kurių matmenis duotomis sąlygomis galime neatsižvelgti, judėjimas (materialiojo taško judėjimas).

Kai materialųjį tašką veikia keletas jėgų $\vec{F}_1, \vec{F}_2 ... \vec{F}_n$, jų veikimą galima pakeisti vienos jėgos $\vec{F}$, kuri yra duotųjų jėgų atstojamoji, veikimu (***superpozicijos principas***):

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.$$

Be to, galioja jėgų veikimo ***nepriklausomumo principas***: jei kūną vienu metu veikia keletas jėgų, tai kiekvienos jėgos poveikį galima nagrinėti nepriklausomai nuo kitų jėgų.

Dinamikos pagrindas – trys Niutono dėsniai, suformuluoti materialiajam taškui, judančiam inercinėse atskaitos sistemose.

Pirmasis Niutono dėsnis. Kai materialųjį tašką veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui, taškas nejuda arba juda tiesiai ir tolygiai:
kai

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0, \text{tai } \vec{v} = \text{const}.$$

Antrasis Niutono dėsnis. Materialiojo taško judesio kiekio pokytis per laiko vienetą lygus tašką veikiančiai jėgai ir nukreiptas išilgai šios jėgos veikimo tiesės:

$$\frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F};$$

čia $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$ ir $\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$ – taško judesio kiekiai stebėjimo laikotarpio Δt pradžioje ir pabaigoje, $\vec{F}$ – jėga, veikianti tašką laiko tarpą Δt.

Jei per jėgos veikimo laiką taško masė nekinta $m_1 = m_2 = m$, tai lygtį galima užrašyti taip:

$$\vec{F} = m\vec{a};$$

čia $\vec{a}$ – taško pagreitis.

Tai yra pagrindinė materialiojo taško dinamikos lygtis.

Trečiasis Niutono dėsnis. Du kūnai veikia vienas kitą jėgomis, kurių moduliai lygūs, o kryptys priešingos:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Šios jėgos veikia skirtingus kūnus!

Sprendžiant dinamikos uždavinius patartina vadovautis tokia sprendimo tvarka:

• Nubraižome brėžinį ir pavaizduojame visas kūną veikiančias jėgas. Norint teisingai nustatyti jėgų kryptis, būtina prisiminti, kad sunkio jėga nukreipta vertikaliai į apačią; atramos reakcijos jėga, nesant trinties, statmenai besiliečiantiems paviršiams jų susilietimo taške ir nukreipta kūno kryptimi; siūlo įtempimo jėga nukreipta išilgai siūlo link pakabinimo taško.

• Užrašome antrąjį Niutono dėsnį vektorine forma.

• Jei jėgos veikia ne viena tiese, tai parenkamos dvi statmenos koordinačių ašys (dvi kryptys) Ox ir Oy, esančios jėgų veikimo plokštumoje.

• Suprojektuojame visas kūną veikiančias jėgas pasirinktose koordinačių ašyse. Tada užrašome antrąjį Niutono dėsnį dviem skaliarinėmis lygtimis:

$$\sum F_x = ma_x,$$

$$\sum F_y = ma_y.$$

Jei judėjimas tiesiaeigis, tai vieną ašį (X) nukreipiame pagreičio kryptimi, o kitą ašį (Y) – statmenai pagreičio krypčiai. Tada šios lygtys supaprastėja, nes $a_x = a$, $a_y = 0$ ir

$$\sum F_x = ma,$$

$$\sum F_y = 0.$$

Visų projekcijų ženklai nustatomi projekcijų rašymo taisyklėmis.

• Materialiajam taškui tolygiai judant R spindulio apskritimu antrasis Niutono dėsnis

$$\sum F_i = ma_{ic};$$

čia $\sum F_i$ – jėgų projekcijų (apskritimo spindulio kryptimi) suma, $a_{įc} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$ – įcentrinis taško pagreitis, v – linijinis greitis, ω – kampinis greitis.

• Jei uždavinyje nagrinėjamos surištosios sistemos, tai judėjimo lygtis užrašome kiekvienam kūnui atskirai. Jei reikia, užrašomos kinematinės lygtys, susiejančios atskirų sistemos kūnų judėjimo pagreičius. Kai kūnai surišti nesvariu siūlu, tai siūlo įtempimas yra vienodas visame siūlo ilgyje.

• Išsprendžiame gautą lygčių sistemą ir gauname galutinį raidinį atsakymą.

• Apskaičiuojame rezultato skaitinę vertę ir išanalizuojame rezultatą.

Pagrindinės formulės:

• Kinematinės materialiojo taško judėjimo lygtys koordinatine forma:

$$x = x(t),$$

$$y = y(t),$$

$$z = z(t).$$

Šios lygtys gali būti pakeistos viena vektorine lygtimi:

$$\vec{s} = \vec{s}(t).$$

• Vidutinis greitis:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t};$$

čia $\Delta\vec{s}$ – materialiojo taško poslinkis per laiką Δt.

• Vidutinis judėjimo greitis (skaliarinis dydis):

$$v_{vid} = \frac{\Delta s}{\Delta t};$$

čia Δs – taško nueitas kelias per laiką Δt. Bendru atveju $\Delta s \geq |\Delta\vec{r}|$, todėl

$$v_{vid} \geq |\vec{v}|.$$

• Vidutinis pagreitis:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t};$$

čia $\Delta\vec{v}$ – taško greičio pokytis per laiką Δt.

• Įcentrinio pagreičio modulis:

$$a_{įc} = \frac{v^2}{R};$$

čia R – trajektorijos kreivumo spindulys nagrinėjamame trajektorijos taške.

• Tiesiaeigio tolyginio judėjimo atveju (v = const, a = 0) kinematinė judėjimo lygtis:

$$x = x_o + vt;$$

čia x – taško koordinatė bet kuriuo laiko momentu, x_0 – pradinė koordinatė.

• Tiesiaeigio tolygiai kintamo judėjimo atveju (a = const) kinematinė judėjimo lygtis:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

čia v_0 – pradinis judėjimo greitis.

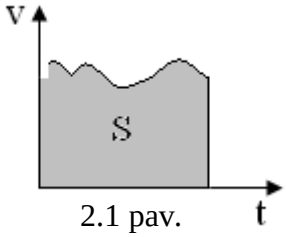
Jei a > 0, tai judėjimas tolygiai greitėjantis.

Jei a < 0, tai judėjimas tolygiai lėtėjantis.

• Tolygiai kintamo judėjimo atveju taško greitis:

$$v = v_0 + at.$$

• Jei žinoma greičio priklausomybė nuo laiko v = v(t), tai kreivės v = v(t) apribotas plotas savo skaitine verte lygus nueitam keliui:



2.1 pav.

• Jei žinoma pagreičio priklausomybė nuo laiko v = v(t), tai kreivės a = a(t) apribotas plotas savo skaitine verte lygus greičiui.

• Kampinio greičio modulis:

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

čia T – sukimosi periodas – vieno pilno apsisukimo laikas.

• Sukimosi dažnis:

$$\upsilon = \frac{1}{T}.$$

• Ryšys tarp linijinio ir kampinio greičio:

$$v = \omega R.$$

• Antrasis Niutono dėsnis pastovios masės materialiajam taškui:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a};$$

čia $\sum \vec{F}$ – tašką veikiančių jėgų atstojamoji, m – taško masė, $\vec{a}$ – taško pagreitis.

• Rimties trinties jėgos F_{tr} modulis randamas:

$$F_{tr} = \mu N;$$

čia μ – rimties trinties koeficientas, būdingas besiliečiančių paviršių porai, N – normalinio slėgimo jėga.

Kai kūno judėjimo greitis mažas, tai pagal šią lygtį apskaičiuojama ir slydimo trinties jėga, nes slydimo trinties koeficientas mažai skiriasi nuo rimties trinties koeficiento.

• Visuotinės traukos dėsnis. Du materialieji taškai (vienalyčiai rutuliai) traukia vienas kitą jėga, tiesiog proporcinga jų masių sandaugai ir atvirkščiai proporcinga atstumo tarp jų (jų centrų) kvadratui:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2},$$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $(N \cdot m^2)/kg^2$ – gravitacijos konstanta.

• Jėga, kuri atsiranda kūnų deformacijos metu ir priešinasi jų formos ir tūrio kitimui, vadinama tamprumo jėga:

$$\left|F_{tampr}\right| = k \cdot \Delta x;$$

čia k – tamprumo koeficientas (spyruoklės atveju – standumas), Δx – absoliutinis pailgėjimas arba sutrumpėjimas.

• Kiekvieną kūną, esantį skystyje (dujose), veikia išstumiančioji jėga (Archimedo jėga), skaitine verte lygi išstumto skysčio (dujų) svoriui:

$$F_A = \rho_0 gV;$$

čia ρ_0 – skysčio (dujų) tankis, V – išstumto skysčio (dujų) tūris, skaitine verte lygus panirusios kūno dalies tūriui.

• Materialiųjų taškų sistemos masių centro koordinatės:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i};$$

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i};$$

$$z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}.$$

• Uždaroje sistemoje masių centras arba juda tiesiai ir tolygiai, arba yra rimtyje.

1 pavyzdys

Šiaulius ir Bubius jungia tiesus dviračių takas. Tako ilgis ℓ = 15 km. Jokūbas, važiuodamas pastoviu greičiu dviračiu iš Šiaulių į Bubius ir atgal, nepučiant vėjui, įveikia trasą per 100 min. Kiek pasikeis šis laikas, jei ta pačia trasa Jokūbas važiuos pučiant vėjui nuo Šiaulių link Bubių? Vėjo greitis u =1 m/s. Jokūbo greitis nejudančio oro atžvilgiu abiem atvejais vienodas.

	ℓ = 15 km
Δt	u =1 m/s
	t = 100 min = 600 s

Jokūbo greitis nepučiant vėjui:

$$v = \frac{2\ell}{t}. \qquad (1)$$

Kai Jokūbas važiuoja pučiant vėjui, jis sugaišta laiką T:

$$T = t_1 + t_2; \qquad (2)$$

t_1 – laikas, sugaištas važiuojant pavėjui:

$$t_1 = \frac{\ell}{v+u}; \qquad (3)$$

t_2 – laikas, sugaištas važiuojant prieš vėją:

$$t_2 = \frac{\ell}{v-u}. \qquad (4)$$

(1), (3), (4) lygtis įrašę į (2), gauname:

$$T = \frac{4\ell^2 t}{4\ell^2 - u^2 t^2}.$$

Laikų skirtumas pučiant ir nepučiant vėjui:

$$\Delta t = T - t.$$

$$\Delta t = \frac{u^2 t^3}{4\ell^2 - u^2 t^2}$$

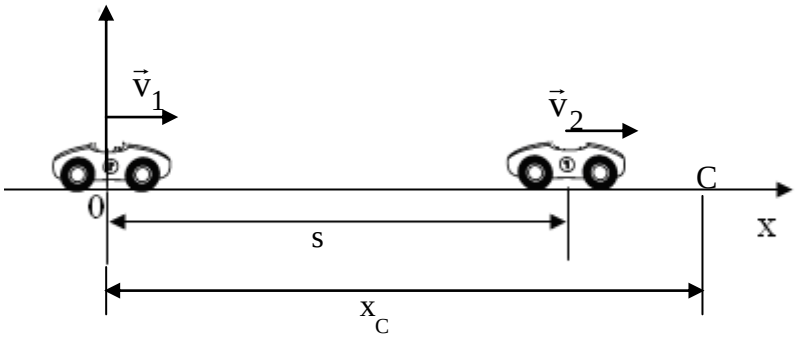
$$\Delta t = 250 \text{ s} \approx 4{,}2 \text{ min}.$$

Laikas, sugaištas važiuojant pučiant vėjui, yra Δt = 4,2 min ilgesnis, nei jam nepučiant.

2 pavyzdys

Du automobiliai juda tiesiai ir tolygiai ta pačia kryptimi. Pirmojo automobilio greitis v_1, antrojo v_2 ($v_1 > v_2$). Pradinis atstumas tarp automobilių s. Po kiek laiko automobiliai susitiks? Kurioje vietoje tai įvyks?

Uždavinys turi sprendinį, kai pirmasis automobilis vejasi antrąjį.



2.2 pav.

Atskaitos sistemą susiekime su Žeme, pradžią pasirinkdami taške O (kur yra pirmasis automobilis).

Užrašome automobilių judėjimo lygtis:

$$x_1 = v_1 t;$$

$$x_2 = s + v_2 t.$$

Automobiliai susitiks, kai

$$x_1 = x_2;$$

$$v_1 t = s + v_2 t.$$

Iš čia randame laiką, po kurio susitiks automobiliai:

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}.$$

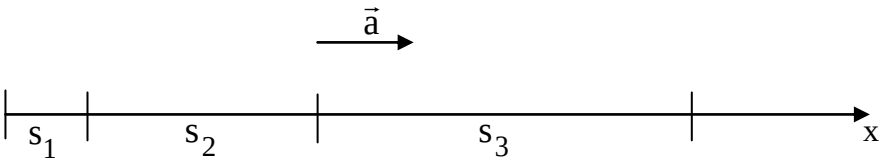
Susitikimo vieta:

$$x_C = \frac{v_1 s}{v_1 - v_2}.$$

3 pavyzdys

Kūnas pradeda judėti iš rimties būsenos tolygiai greitėdamas. Koks bus kelių, nueitų per 1–ąją, 2–ąją, 3–ąją ir t.t. judėjimo sekundę, santykis?

Tegu per pirmąją sekundę kūnas nueina kelią s_1, antrąją – s_2 ir t. t.



2.3 pav.

Kelias, nueitas per pirmąją sekundę:

$$s_1 = \frac{at^2}{2};$$

čia a judėjimo pagreitis.

Kelias, nueitas per dvi sekundes:

$$s_1 + s_2 = \frac{a\,(2t)^2}{2}.$$

Įrašę s_1 vertę, gauname:

$$s_2 = 3\frac{at^2}{2}.$$

Kelias, nueitas per tris sekundes:

$$s_1 + s_2 + s_3 = \frac{a\,(3t)^2}{2}.$$

Įrašę s_1, s_2 vertes, gauname:

$$s_3 = 5\frac{at^2}{2}.$$

Iš čia matyti, kad

$$s_1 : s_2 : ... s_n = 1:3:5:...(2n+1).$$

Pastaba: šį santykį naudinga prisiminti, nes tai gali palengvinti uždavinių sprendimą.

Pvz.: kokį kelią nuskries lengvai krintantis be pradinio greičio kūnas per 3–iąją judėjimo sekundę, per tris judėjimo sekundes?

Per pirmąją judėjimo sekundę kūnas nuskrieja kelią:

$$h_1 = \frac{gt^2}{2};$$

čia $h_1 = 5\,\text{m}$.

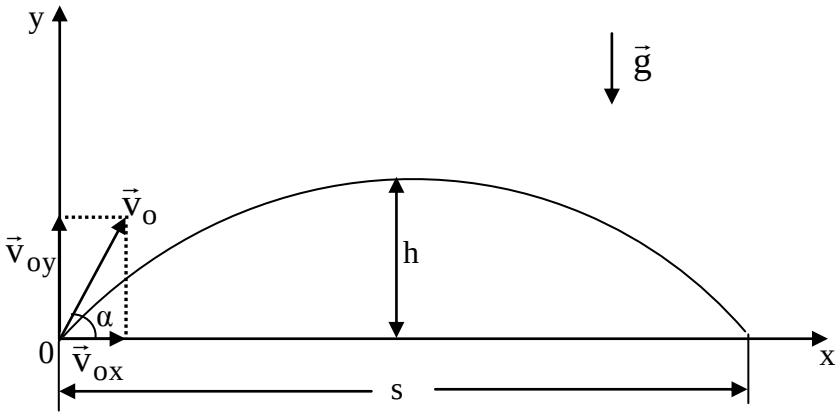
Žinodami kelių santykį, gauname, kad per antrąją sekundę kūnas nulėks $h_2 = 15\,\text{m}$ kelią, per trečiąją – $h_3 = 25\,\text{m}$. Per tris sekundes:

$$h = h_1 + h_2 + h_3 = 45\,\text{m}.$$

Laiko tarpai gali būti įvairūs – svarbu, kad būtų vienodi.

4 pavyzdys

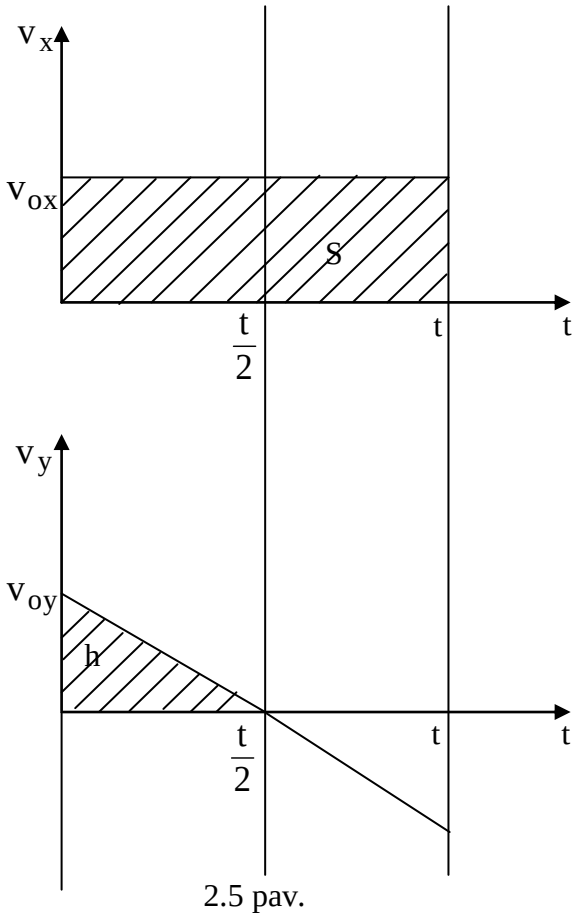
Kūnas metamas v_0 pradiniu greičiu, α kampu į horizontą. Nubraižykite greičio Ox ir Oy kryptimis priklausomybės nuo laiko grafikus (atskaitos sistema susieta su išmetimo tašku, ašis Ox nukreipta išilgai žemės paviršiaus). Pasinaudoję nubraižytais grafikais, apskaičiuokite, kiek laiko t kūnas išbuvo ore. Kokį atstumą s jis nulėkė horizontaliąja kryptimi? Į kokį didžiausią aukštį h buvo pakilęs kūnas? Oro pasipriešinimo nepaisykite.



2.4 pav.

Nesant oro pasipriešinimo, Ox kryptimi kūnas juda tiesiai ir tolygiai, Oy kryptimi – tolygiai kintamai pagreičiu $\vec{g}$.

Braižome greičio Ox ir Oy kryptimi priklausomybės nuo laiko grafikus.



2.5 pav.

Ox kryptimi visą judėjimo laiką kūnas juda pastoviu v_{ox} greičiu, todėl grafikas – tiesė, lygiagreti laiko ašiai.

Oy kryptimi greitis kinta pagal dėsningumą $v_y = v_{oy} - gt$, todėl tai tiesė, sudaranti kampą su laiko ašimi. Iki aukščiausio taško judėjimas tolygiai lėtėjantis, aukščiausiame taške Oy kryptimi kūnas sustoja, po to greitėdamas pradeda kristi, todėl greičio projekcija yra neigiama.

Žinome, kad iš kreivės $v_y = v_y(t)$ polinkio galime apskaičiuoti pagreitį, kuriuo juda kūnas. Šiuo atveju pagreitis yra lygus g.

$$g = \frac{v_{oy}}{\frac{t}{2}};$$

čia t – visas judėjimo laikas.

$$t = \frac{2v_{oy}}{g}.$$

Iš brėžinio: $v_{oy} = v_o \, sin\alpha$.

$$t = \frac{2v_o \, sin\alpha}{g}.$$

Žinome, kad kreivės v= v(t) apribotas plotas savo skaitine verte lygus nueitam keliui. Todėl:

$$h = \frac{1}{2} v_{oy} \frac{t}{2}.$$

Įrašę t ir v_{oy} vertes, gauname didžiausią pakilimo aukštį:

$$h = \frac{v_o^2 \, sin^2 \alpha}{2g}.$$

Lėkio horizontaliąja kryptimi nuotolis:

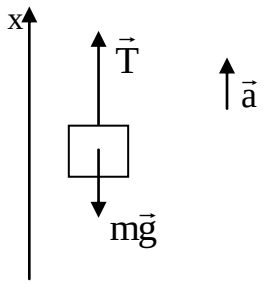
$$s = v_{ox} t.$$

Iš brėžinio $v_{ox} = v_o \, cos\alpha$.

$$s = \frac{2v_o^2 \, sin\alpha \, cos\alpha}{g} = \frac{v_o^2 \, sin2\alpha}{g}.$$

5 pavyzdys

m masės kūnas keliamas prie jo prikabinus k standumo spyruoklę. Spyruoklė pailgėja dydžiu $\Delta\ell$. Pradinis kūno greitis lygus nuliui. Kokį kelią nueis kūnas per laiką t?



2.6 pav.

Kūną veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir spyruoklės tamprumo jėga $\vec{T}$.

Pagal II Niutono dėsnį galime parašyti:

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktą ašį:

$$x: T - mg = ma.$$

Pagal Huko dėsnį spyruoklės tamprumo jėga:

$$T = k\Delta\ell,$$

todėl

$$a = \frac{k\Delta\ell - mg}{m}.$$

Kadangi pradinis greitis lygus 0, tai nueitas kelias

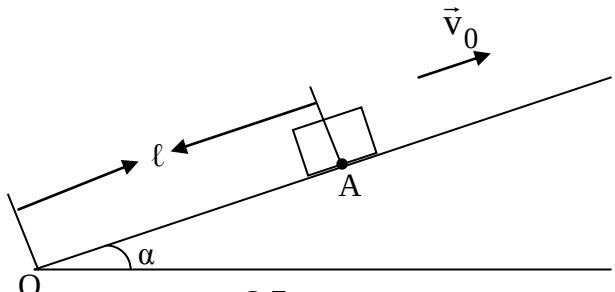
$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Įrašę pagreičio a vertę, gauname:

$$s = \frac{k\Delta\ell - mg}{2m} \cdot t^2.$$

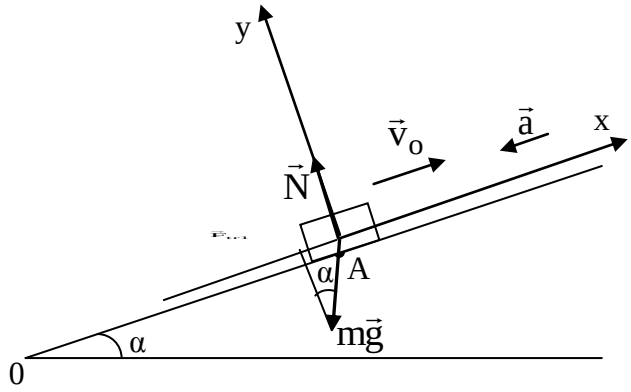
6 pavyzdys

Kūnas, esantis ant nuožulniosios plokštumos taške A, pastumiamas v_o pradiniu greičiu į viršų. Nuožulniosios plokštumos pasvirimo kampas α. Trinties nėra. Po kiek laiko kūnas bus taške O? Atstumas OA= ℓ.



2.7 pav.

Atskaitos pradžią susiejame su tašku A, o ašį x nukreipiame išilgai nuožulniosios plokštumos.



2.8 pav.

Užrašome kūno judėjimo lygtį:

$$x = v_o t - \frac{at^2}{2}.$$

Kai po laiko t kūnas bus taške O, jo koordinatė bus lygi x = – ℓ.

Todėl

$$-\ell = v_o t - \frac{at^2}{2}.$$

Iš čia

$$at^2 - 2v_o t - 2\ell = 0.$$

Išsprendę kvadratinę lygtį gauname:

$$t = \frac{v_o \pm \sqrt{v_o^2 + a\ell}}{a}.$$

Šaknis su „–“ ženklu netinka, nes neigiamas laikas fizikinės prasmės neturi.

$$t = \frac{v_o + \sqrt{v_o^2 + a\ell}}{a}. \qquad (1)$$

Pagal II Niutono dėsnį galime parašyti:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Suprojektuojame jėgas į x ašį:

$$mg\sin\alpha = ma.$$

$$a = g\sin\alpha. \qquad (2)$$

(2) lygtį įrašę į (1) gauname:

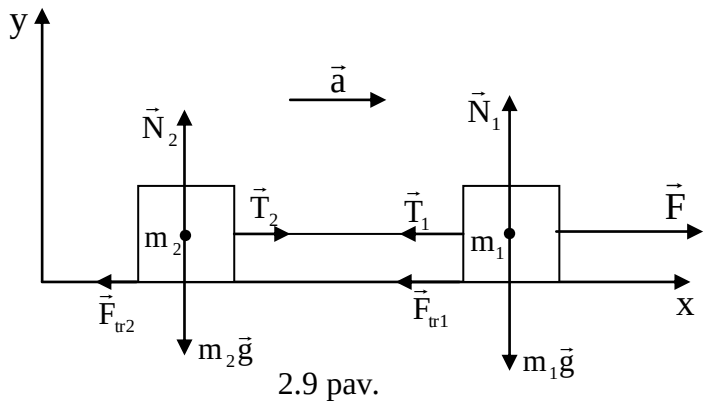
$$t = \frac{v_o + \sqrt{v_o^2 + 2g\ell \sin\alpha}}{g \sin\alpha}.$$

7 pavyzdys

Ant horizontalaus stalo padėti du surišti siūlu m_1 ir m_2 masės kroviniai. Trinties koeficientas tarp kiekvieno krovinio ir stalo μ. Vieną krovinį pradeda veikti pastovi jėga $\vec{F}$, nukreipta lygiagrečiai stalo paviršiui. Kokiu pagreičiu judės kroviniai? Kokia bus siūlo, jungiančio krovinius, įtempimo jėga?

	m_1
a	m_2
T	μ
	F

Kiekvieną krovinį veikia sunkio jėga $m_1\vec{g}$ ir $m_2\vec{g}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}_1$ ir $\vec{N}_2$, trinties jėga $\vec{F}_{tr1}$ ir $\vec{F}_{tr2}$ bei siūlo įtempimo jėga $\vec{T}_1$ ir $\vec{T}_2$.



2.9 pav.

Pagal II Niutono dėsnį galime parašyti:

$$\vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{F}_{tr1} + \vec{N}_1 + m_1\vec{g} = m_1\vec{a};$$

$$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} + \vec{F}_{tr2} + \vec{N}_2 = m_2\vec{a}.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktas ašis:

$$x:\ F - T_1 - F_{tr1} = m_1 a. \qquad (1)$$

$$T_2 - F_{tr2} = m_2 a. \qquad (2)$$

Žinome, kad

$$F_{tr1} = \mu N_1; \quad (3)$$

$$F_{tr2} = \mu N_2. \quad (4)$$

$$y: \ N - m_1 g = 0; \quad (5)$$

$$N - m_2 g = 0. \quad (6)$$

(3), (4), (5), (6) lygtis įrašę į (1) ir (2) ir atsižvelgę, kad $T_1 = T_2 = T$ (pagal III Niutono dėsnį), gauname:

$$F - T - \mu m_1 g = m_1 a;$$

$$T - \mu m_2 g = m_2 a.$$

Iš čia:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g; \quad (7)$$

ir

$$T = m_2 (\frac{F}{m_1 + m_2} - \mu g) + \mu m_2 g. \quad (8)$$

Iš (7) lygties matyti, kad jei

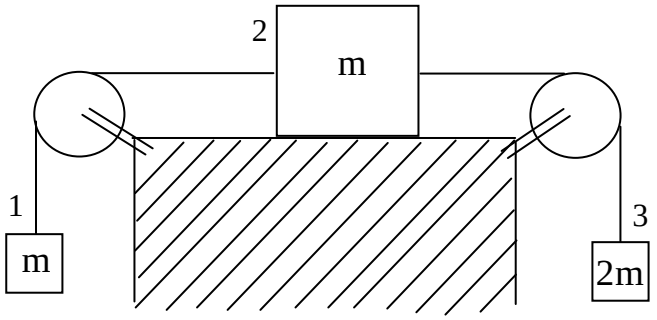
$$\mu = \frac{F}{(m_1 + m_2) g}; \quad (9)$$

tai a = 0 ir tašeliai judės pastoviu greičiu (arba nejudės).

Iš (8) lygties matyti, kad, tašeliams judant pastoviu greičiu, kai pildoma (9) sąlyga, siūlo įtempimo jėga tarp tašelių lygi $\mu m_2 g$.

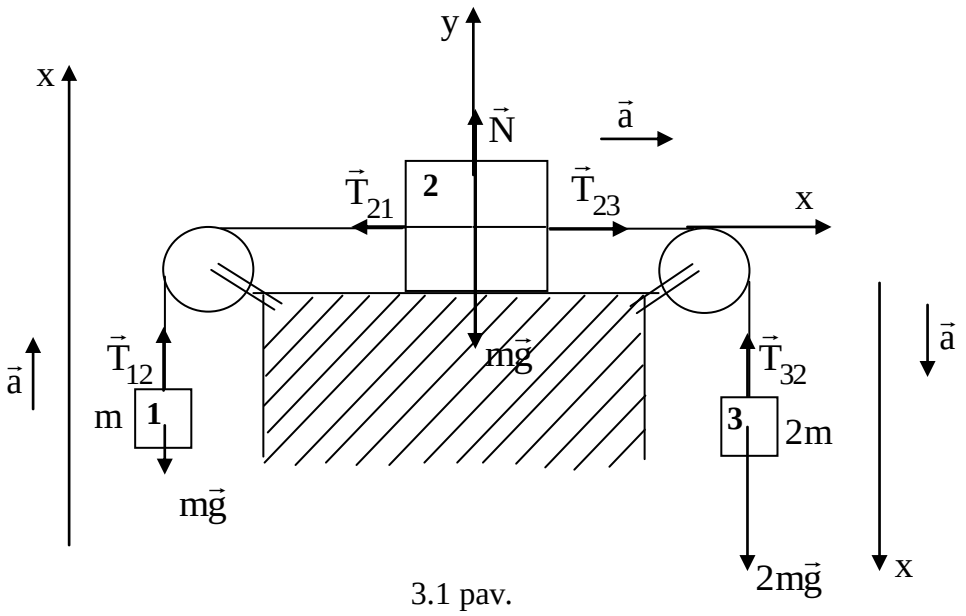
8 pavyzdys

Kokiu pagreičiu a juda paveiksle pavaizduota sistema: a) trinties nėra; b) trinties koeficientas tarp antrojo krovinėlio ir plokštumos μ?



3.0 pav.

a) Trinties nėra.



3.1 pav.

Pažymėkime krovinėlius veikiančias jėgas: pirmąjį krovinėlį veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, siūlo įtempimo jėga $\vec{T}_{12}$, trečiąjį – sunkio jėga $2m\vec{g}$, siūlo įtempimo jėga $\vec{T}_{32}$.

Antrąjį krovinėlį veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}$, siūlų įtempimo jėgos $\vec{T}_{21}$ ir $\vec{T}_{23}$.

Pagal II Niutono dėsnį visiems krovinėliams galime parašyti:

$$m\vec{g} + \vec{T}_{12} = m\vec{a},$$

$$\vec{T}_{21} + \vec{T}_{23} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a},$$

$$2m\vec{g} + \vec{T}_{32} = 2m\vec{a}.$$

Kiekvienam krovinėliui pasirenkame koordinačių ašis ir suprojektuojame jėgas į šias ašis:

$$T_{12} - mg = ma\,, \qquad (1)$$

$$2mg - T_{32} = 2ma\,, \qquad (2)$$

$$T_{23} - T_{21} = ma\,. \qquad (3)$$

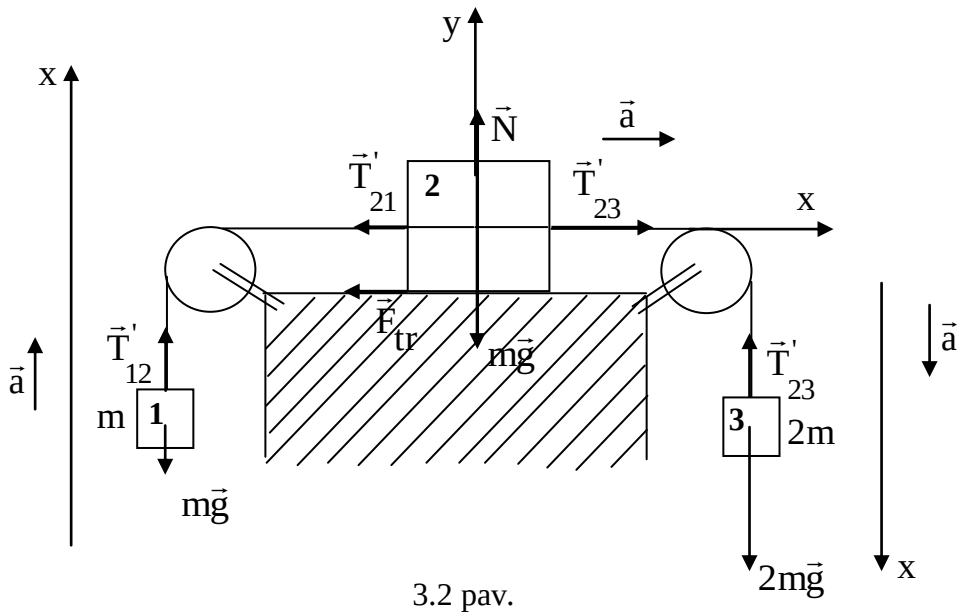
Visas šias lygtis sudedame (atsižvelgiame, kad pagal III Niutono dėsnį $T_{12} = T_{21}$, $T_{23} = T_{32}$):

$$mg = 4ma.$$

$$\underline{a = \frac{g}{4}}.$$

b) Trintis yra.

Šiuo atveju antrąjį krovinėlį veiks trinties jėga, nukreipta prieš judėjimo kryptį.



3.2 pav.

Suprojektuojame jėgas į pasirinktas ašis:

$$T'_{12} - mg = ma_1,$$

$$T'_{23} - T'_{21} - \mu mg = ma_1 \text{ (atsižvelgėme, kad } F_{tr} = \mu N = \mu mg\text{)},$$

$$2mg - T'_{32} = 2ma_1.$$

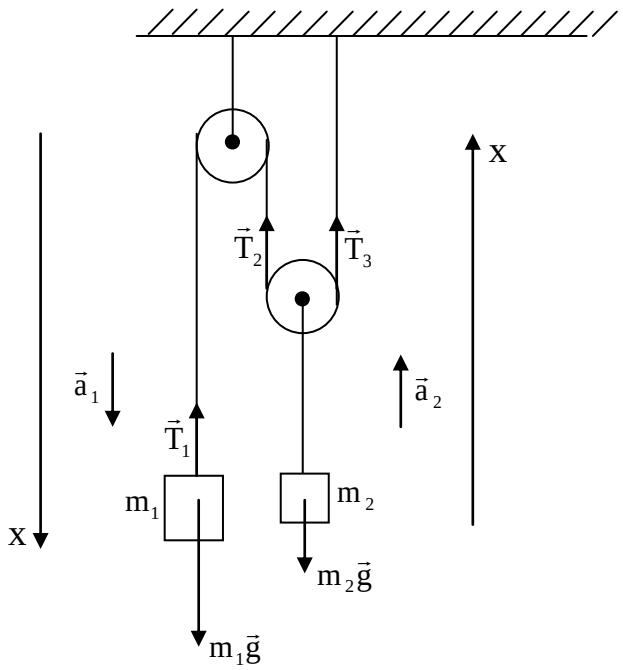
Kadangi $T'_{12} = T'_{21}$ ir $T'_{23} = T'_{32}$, tai sudėję lygtis gauname:

$$mg - \mu mg = 4ma_1;$$

$$\underline{a = \frac{g(1-\mu)}{4}}.$$

9 pavyzdys

m_1 ir m_2 masės kroviniai surišti siūlu, permestu per skridinius, kaip parodyta paveikslėlyje (3.3 pav.). Apskaičiuokite krovinėlių pagreičius ir siūlo įtempimo jėgą. Pradinis greitis lygus 0. Siūlo ir skridinių masės nepaisykite, trinties nėra.



3.3 pav.

Pažymime jėgas, veikiančias krovinėlius. m_1 krovinį veikia sunkio jėga $m_1\vec{g}$ ir siūlo įtempimo jėga $\vec{T}_1$, krovinį m_2 – sunkio jėga $m_2\vec{g}$ ir siūlų įtempimo jėgos $\vec{T}_2$ ir $\vec{T}_3$.

Pagal II Niutono dėsnį galime parašyti:

$$m_1\vec{g} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1;$$

$$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = m_2\vec{a}_2.$$

Kadangi skridinių ir siūlo masės nepaisome, tai $T_1 = T_2 = T_3 = T$.

Tarkime, kad pirmasis krovinys leidžiasi į apačią, tada antrasis kyla į viršų.

Suprojektuojame jėgas į pasirinktąją ašį x:

$$m_1 g - T = m_1 a_1; \qquad (1)$$

$$2T - m_2 g = m_2 a_2. \qquad (2)$$

Iš brėžinio matyti, kad per tą patį laiką pirmasis krovinys nueis dvigubai didesnį atstumą, nei antrasis:

$$s_1 = 2s_2.$$

Kadangi

$$s_1 = \frac{a_1 t^2}{2},$$

ir

$$s_2 = \frac{a_2 t^2}{2},$$

tai

$$a_1 = 2a_2.$$

Todėl galime (1) ir (2) perrašyti:

$$m_1 g - T = m_1 2a_2,$$

$$2T - m_2 g = m_2 a_2.$$

Išsprendę šių lygčių sistemą gauname:

$$a_2 = \frac{(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2},$$

$$a_1 = \frac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2},$$

$$T = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}.$$

Iš gautojo rezultato matyti, kad jei $2m_1 > m_2$, tai $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, tai yra krovinių pagreičiai nukreipti taip, kaip tarėme pradžioje.

Jei $2m_1 = m_2$, tai $a_1 = a_2 = 0$, kroviniai nejudės (arba judės tiesiai ir tolygiai).

Jei $2m_1 < m_2$, tai $a_1 < 0$, $a_2 < 0$, tai reikštų, kad pirmojo krovinio pagreitis nukreiptas į viršų, antrojo į apačią.

II TURO UŽDAVINIAI

1. Atstumas tarp dviejų prieplaukų A ir B, esančių prie upės, lygus ℓ. Iš taško C, esančio viduryje tarp prieplaukų, tuo pačiu metu išplaukia dvi vienodos valtys. Pirmoji valtis pasiekia prieplauką A po laiko t_1, o antroji – prieplauką B po laiko t_2. Koks valties greitis vandens atžvilgiu?

2. Jonas ir Petras yra prie upės taške A. Jiems reikia patekti į tašką B, esantį priešingame upės krante tiesiai prieš juos. Jonas nusprendė plaukti per upę išilgai tiesės AB, o Petras – visą laiką plaukti statmenai srovei, o išlipęs į priešingą krantą iki taško B nubėgti. Abiejų žmonių greičiai vandens atžvilgiu vienodi v = 2 m/s, upės tėkmės greitis u =1 m/s. Abu pradeda plaukti tuo pačiu metu. Kokiu greičiu v_1 turi bėgti krantu Petras, kad į tašką B atbėgtų tuo pačiu metu kaip ir Jonas?

3. Pirmąją pusę kelio automobilis nuvažiavo pastoviu greičiu v_1. Likusioje kelio dalyje pusę laiko automobilis judėjo greičiu v_2 ir paskutiniąją dalį – greičiu v_3. Apskaičiuokite vidutinį judėjimo greitį visame kelyje.

4. Automobilis pradeda greitėti iš rimties pastoviu a = 2 m/s^2 pagreičiu. Per paskutiniąją greitėjimo sekundę automobilis nuvažiavo ℓ = 20 m atstumą. Kokį kelią L nuvažiavo automobilis per visą greitėjimo laikotarpį?

5. Laisvai krintantis kūnas per du nuoseklius laiko tarpus (po t = 2 s) nuskriejo h_1 = 150 m ir h_2 = 190 m kelią. Pagal šiuos duomenis apskaičiuokite laisvojo kritimo pagreitį.

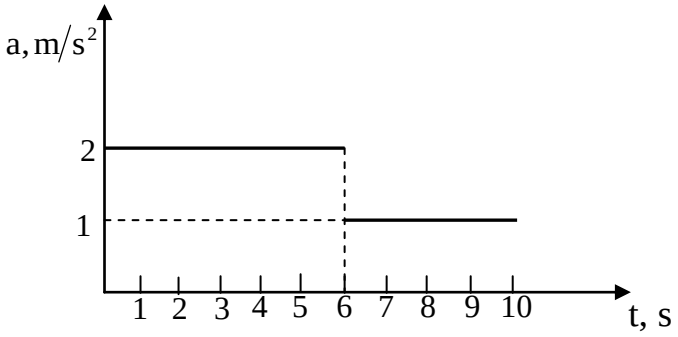
6. Dviejų kūnų judėjimo lygtys (SI vienetais) yra:

$$x_1 = 5t + 2t^2;$$

$$x_2 = 2t + 5t^2.$$

Po kiek laiko kūnų greičiai bus vienodi? Koks bus atstumas tarp jų? Po kiek laiko kūnai susitiks? Koks bus jų greitis tuo momentu?

7. Tiese judančio kūno pagreičio priklausomybės nuo laiko grafikas pavaizduotas paveiksle. Apskaičiuokite vidutinį judėjimo greitį per 10 s. Pradinis kūno greitis lygus nuliui.

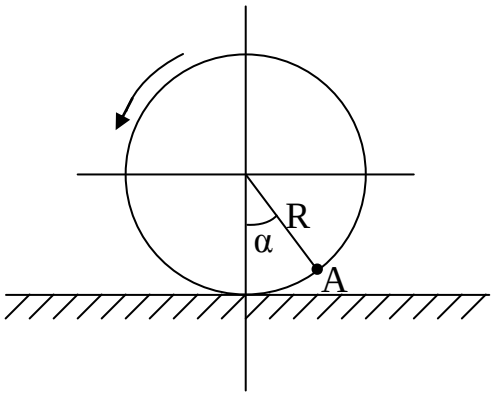


3.4 pav.

8. Tolygiai lėtėdamas automobilis pusę stabdymo kelio nuvažiavo per laiką t_1= 4 s. Per kiek laiko nuo stabdymo pradžios automobilis sustojo?

9. Kūnas metamas kampu į horizontą v_o= 10 m/s pradiniu greičiu. Kūno greitis aukščiausiame taške sumažėjo $\sqrt{2}$ karto. Į kokį didžiausią aukštį buvo pakilęs kūnas?

10. Nuo sniege įklimpusio automobilio varomojo rato lekia sniego gabaliukai. Rato spindulys R. Ratas sukasi dažniu ν. Į kokį aukštį H virš kelio pakyla sniego gabaliukai, atitrūkę taške A (3.5 pav.).



3.5 pav.

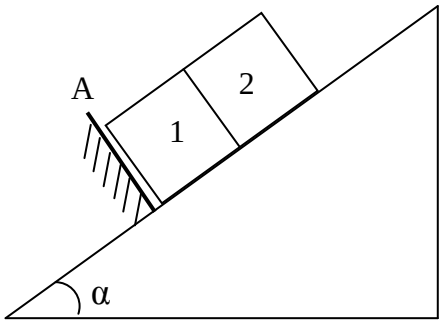
11. Automobilis važiuoja pastoviu greičiu horizontaliu keliu. Kokios jėgos veikia automobilį? Oro pasipriešinimo galima nepaisyti.

12. m = 1,5 t masės automobilio greitis s = 75 m kelyje padidėjo nuo v_1 = 10 m/s iki v_2 = 20 m/s. Automobilio traukos jėga visą judėjimo laiką yra pastovi ir lygi F= 4 kN. Apskaičiuokite pasipriešinimo judėjimui jėgą.

13. m = 1,2 t masės palydovas skrieja apskritimine orbita apie Žemę. Palydovo apsisukimo periodas T = 240 min, Žemės spindulys R = 6400 km. Kokiame aukštyje virš Žemės paviršiaus skrieja palydovas. Kitų planetų įtakos nepaisykite.

14. Kokiu pagreičiu a_1 turi greitėti automobilis horizontaliu keliu, kad automobilyje esančio žmogaus svoris būtų toks pat, kaip ir jo svoris lifte, kylančiame į viršų pagreičiu a_2= 2 m/s^2?

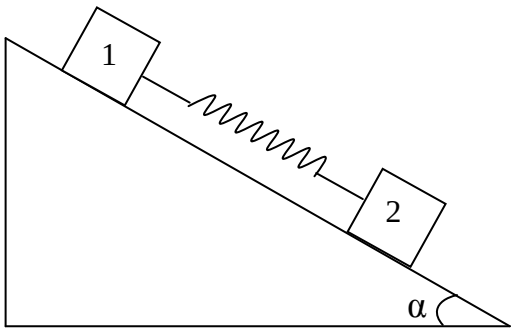
15. Ant nuožulniosios plokštumos, kurios pasvirimo kampas α = 45˚, padėti du vienodos m masės tašeliai. Tašeliams neleidžia slysti atrama A (3.6 pav.). Pašalinus atramą, tašeliai pradeda slysti. Trinties koeficientas tarp pirmojo tašelio ir plokštumos μ= 0,1, trinties tarp antrojo tašelio ir plokštumos nėra. Kiek kartų sumažėjo antrojo tašelio slėgio jėga, veikianti pirmąjį tašelį? Tašelių susiliečiančios plokštumos glotnios ir statmenos nuožulniajai plokštumai.



3.6 pav.

16. Ant nuožulniosios plokštumos, kurios pasvirimo kampas α, padėtas m masės nejudantis tašelis. Trinties koeficientas tarp tašelio ir plokštumos μ. Kokia mažiausia jėga F, statmena plokštumai, reikia veikti tašelį, kad jis nejudėtų?

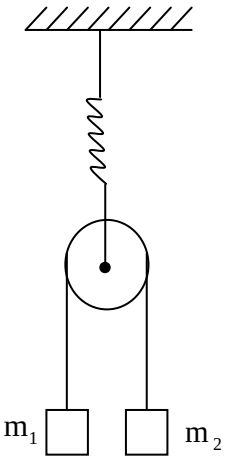
17. Du vienodos m masės kūnai, surišti nesvariu siūlu, slysta nuožulniąja plokštuma, kurios pasvirimo kampas α. Trinties koeficientas tarp pirmojo kūno ir plokštumos μ_1, tarp antrojo ir plokštumos – μ_2 ($\mu_1 > \mu_2$). Ką rodys dinamometras, įtvirtintas tarp kūnų?



3.7 pav.

18. Tašelis pastumiamas nuožulniąja plokštuma į viršų v_0= 10 m/s pradiniu greičiu. Plokštumos pasvirimo kampas α= 45˚. Trinties koeficientas tarp tašelio ir plokštumos μ= 0,25. Į kokį didžiausią aukštį pakilo tašelis?

19. Per skridinį permestas siūlas, kurio galuose pririšti m_1= 0,3 kg ir m_2= 0,2 kg masės kroviniai. Skridinys prikabintas prie k= 200 $\frac{N}{m}$ standumo spyruoklės. Kroviniams leidžiama judėti. Apskaičiuokite, kiek pailgėja spyruoklė. Skridinio, siūlo, spyruoklės masės nepaisykite. Trinties nėra.



3.8 pav.

20. Duota: dinamometras, indas su vandeniu, netaisyklingos formos nežinomo tankio kūnas. Vandens tankis ρ_o.

Nustatykite: kūno tankį ρ_x. Kūnas vandenyje panyra.

III TURAS

Metodiniai nurodymai

m masės kūno, judančio greičiu $\vec{v}$, judėjimo (judesio) kiekis (impulsas) yra vektorinis dydis:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \qquad (1)$$

Todėl antrąjį Niutono dėsnį galima užrašyti taip:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t} = \frac{\Delta\vec{p}}{t}. \qquad (2)$$

Dydis $\vec{F} \cdot t$ vadinamas jėgos impulsu, t – jėgos veikimo laikas, $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ – kūno judėjimo kiekio pokytis.

Kūnų sistemos judėjimo kiekis lygus sistemą sudarančių kūnų judėjimo kiekių vektorinei sumai:

$$\vec{p}_{sist.} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n; \qquad (3)$$

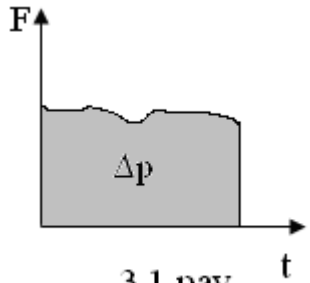
čia n – sistemą sudarančių kūnų skaičius.

Jeigu sąveikaujančių kūnų sistemą dar veikia išorinės jėgos (pvz.: trinties, elektrinės arba magnetinės), tai bendras sistemos judėjimo kiekio pokytis aprašomas lygybe:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta(m_i\vec{v}_i) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i t; \qquad (4)$$

čia $\Delta m_i\vec{v}_i$ – kiekvieno sistemos kūno judėjimo kiekio pokytis dėl išorinės jėgos $\vec{F}_i$ poveikio, $\vec{F}_i t$ – tos jėgos impulsas.

Jei kūną veikia kintamoji jėga, tai judėjimo kiekio pokytį galima apskaičiuoti grafiškai. Funkcijos F = f(t) kreivės apribotas plotas savo skaitine verte lygus judėjimo kiekio pokyčiui Δp (3.1 pav.).



3.1 pav.

Kai išorinės jėgos nėra, galioja ***judėjimo kiekio tvermės dėsnis***: uždaros sistemos judėjimo kiekis yra pastovus dydis:

$$\vec{p}_{sist.} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = const. \qquad (5)$$

Jeigu sistemą sudaro du sąveikaujantys kūnai, tai judėjimo kiekio tvermės dėsnį užrašome taip:

a) kai sąveika tamprioji, t. y. kai kūnai po sąveikos juda atskirai:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2; \qquad (6)$$

čia $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$ – kūnų greičiai prieš sąveiką, $\vec{u}_1$ ir $\vec{u}_2$ – kūnų greičiai po sąveikos;

b) kai sąveika netamprioji (plastinė), t. y. kai kūnai po sąveikos juda kartu:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}; \qquad (7)$$

čia $\vec{u}$ – kartu judančių kūnų greitis po sąveikos.

Sprendžiant uždavinius reikėtų laikytis tokios tvarkos:

1. Užrašyti vektorinę judėjimo kiekio tvermės dėsnio lygtį.
2. Pasirinkti koordinačių ašių kryptis ir suprojektuoti į jas abiejų lygties pusių vektorius.

Pastoviosios jėgos $\vec{F}$ atliekamas darbas

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\alpha; \qquad (8)$$

čia $\vec{s}$ – poslinkio vektorius, α – kampas tarp jėgos $\vec{F}$ ir poslinkio $\vec{s}$ krypties.

Jeigu $\alpha < \frac{\pi}{2}$, tai A > 0, jeigu $\alpha = \frac{\pi}{2}$, tai A = 0, jeigu $\alpha > \frac{\pi}{2}$, tai A < 0.

Pagal šią formulę galima apskaičiuoti ir kintamosios jėgos darbą, jeigu žinoma jėgos vidutinė vertė per judėjimo laiką. Elementariosios matematikos metodais F_{vid}

galima apskaičiuoti tik paprasčiausiais atvejais, kai jėgos $\vec{F}$ modulis kinta proporcingai poslinkiui $\vec{s}$, t. y. kai

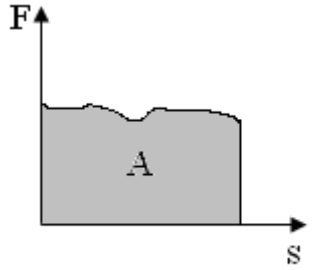
$$\vec{F} = k \cdot \vec{s}; \qquad (9)$$

čia k – proporcingumo koeficientas. Pavyzdžiui, pagal šį dėsnį kinta jėga, kuria tampri spyruoklė veikia ją suspaudžiančius arba ištempiančius kūnus. Taip pat Archimedo jėga panyrant arba išnyrant taisyklingos formos kūnui. Šiais atvejais kintamosios jėgos vidutinė vertė:

$$F_{vid} = \frac{F_1 + F_2}{2}; \qquad (10)$$

čia F_1 – jėgos vertė poslinkio pradžioje, F_2 – jėgos vertė poslinkio pabaigoje.

Kintamosios jėgos darbą galima apskaičiuoti grafiškai, jei žinomas jėgos kitimo dėsnis. Funkcijos F = F (s) kreivės ribojamas plotas skaitine verte lygus jėgos atliktam darbui (3.2 pav.).



3.2 pav.

Darbas, pakeliant m masės kūną gravitacijos lauke, lygus

$$A = mgh_c; \qquad (11)$$

čia h_c – kūno masės centro pakilimo aukštis.

Kampu α į poslinkio kryptį nukreiptos pastoviosios jėgos $\vec{F}$ galia

$$N = \frac{A}{t}; \qquad (12)$$

$$N = F\frac{s}{t}\cos\alpha = Fv\cos\alpha; \qquad (13)$$

čia v – kūno greičio modulis.

Jeigu sprendžiant uždavinius reikia apskaičiuoti galios vidutinę vertę, tai v yra vidutinis kūno judėjimo greitis. Jeigu reikia apskaičiuoti momentinę galią, tai

v – momentinė greičio vertė. Maksimali ir minimali galia yra momentinės galios atvejai.

Mechanizmo naudingumo koeficientas:

$$\eta = \frac{A_n}{A_v}, \tag{14}$$

$$\eta = \frac{N_n}{N_v}, \tag{15}$$

$$\eta = \frac{E_n}{E_v}; \tag{16}$$

čia A_n (N_n ,E_n) – mechanizmo naudingas darbas (galia, energija), A_v (N_v ,E_v) – visas atliktas darbas (vartojama galia, energija).

Mechaninė energija (E) – dydis, kuris parodo, kokį didžiausią darbą gali atlikti kūnas (kūnų sistema), pakitus jo mechaninei būsenai. Mechaninė energija skirstoma į kinetinę ir potencinę.

m masės kūno, judančio greičiu $\vec{v}$, kinetinė energija:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \tag{17}$$

Tampriai deformuotas kūnas (pvz., suspausta arba ištempta spyruoklė) turi potencinę energiją:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}; \tag{18}$$

čia k – standumo koeficientas, x – absoliutinis spyruoklės pailgėjimas arba sutrumpėjimas.

m_1 ir m_2 masės kūnų, esančių atstumu R vienas nuo kito, gravitacinės sąveikos potencinė energija:

$$E_p = G\frac{m_1 m_2}{R}; \tag{19}$$

čia G – gravitacijos konstanta, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$.

m masės kūnas, esantis aukštyje h virš Žemės paviršiaus (virš nulinio lygio), turi potencinę energiją:

$$E_p = mgh. \tag{20}$$

Kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija lygi visų sistemą sudarančių kūnų kinetinės ir potencinės energijų sumai:

$$E_{piln.} = \sum E_k + \sum E_p. \qquad (21)$$

Kūnų kinetinės energijos sudedamos aritmetiškai, nes jos nepriklauso nuo judėjimo krypties. Potencinės energijos priklauso nuo parinkto aukščio atskaitos lygio. Jos gali būti teigiamos ir neigiamos.

Energijos tvermės dėsnis: uždaros kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija nekinta, jei ji nevirsta kitos rūšies energija.

$$E_{piln.} = \text{const}. \qquad (22)$$

Jei sistema nėra uždara, t. y. kūną (arba kūnų sistemą) veikia išorinės jėgos, tai mechaninės energijos tvermės dėsnis negalioja. Tada sistemos pilnutinės mechaninės energijos pokytis lygus išorinių jėgų, veikiančių sistemą, atliktam darbui:

$$\Delta E = A. \qquad (23)$$

1 pavyzdys

$v = 72\frac{km}{h}$ greičiu važiuojantis automobilis pradedamas stabdyti. Koks trinties koeficientas tarp kelio ir ratų, jei automobilio stabdymo kelias s = 68 m?

μ	$v = 72\frac{km}{h} = 20\frac{m}{s}$
	$s = 68$ m

v greičiu važiuojančio automobilio kinetinė energija:

$$E_1 = \frac{mv^2}{2}. \qquad (1)$$

Automobiliui sustojus, jo kinetinė energija:

$$E_2 = 0.$$

Automobilio kinetinės energijos pokytis lygus išorinių jėgų (šiuo atveju trinties jėgos) darbui:

$$\Delta E_k = E_1 = A_{tr}. \qquad (2)$$

Trinties jėgos darbas:

$$A_{tr} = F_{tr} \cdot s. \qquad (3)$$

$$F_{tr} = \mu mg. \qquad (4)$$

(1), (3) ir (4) įrašome į (2) ir gauname:

$$\mu = \frac{v^2}{2gs}.$$

$\mu = 0{,}3.$

2 pavyzdys

Kūnas pradeda laisvai kristi iš didelio aukščio. Apskaičiuokite jo kinetinės energijos po pirmųjų 3 s ir kinetinės energijos pokyčio, įvykusio per kitas tris sekundes, santykį.

$\frac{E_{k1}}{\Delta E_{k2}}$	$t_1 = 3\,s$
	$\Delta t = 3$ s

Kūno kinetinė energija nuo kritimo pradžios praėjus laikui t_1:

$$E_{k1} = \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (1)$$

Kūno kinetinė energija nuo kritimo pradžios praėjus laikui $t_1 + \Delta t$:

$$E_{k2} = \frac{mv_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Vadinasi, per laiką Δt kūno kinetinė energija pakito:

$$\Delta E_{k2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (3)$$

Tada

$$\frac{E_{k1}}{\Delta E_{k2}} = \frac{mv_1^2}{2\left(\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}\right)}.$$

Arba

$$\frac{E_{k1}}{\Delta E_{k2}} = \frac{v_1^2}{v_2^2 - v_1^2}. \qquad (4)$$

Kūno greitis:

$$v_1 = gt_1, \qquad (5)$$

$$v_2 = g(t_1 + \Delta t). \qquad (6)$$

(5) ir (6) įrašome į (4) ir gauname:

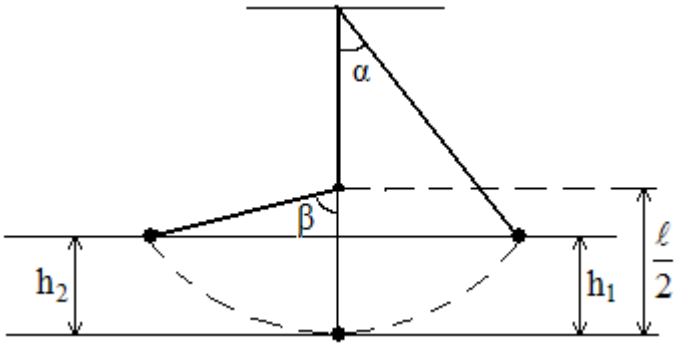
$$\frac{E_{k1}}{\Delta E_{k2}} = \frac{t_1^2}{\Delta t\,(2t_1 + \Delta t)}.$$

$$\frac{E_{k1}}{\Delta E_{k2}} = \frac{1}{3}.$$

3 pavyzdys

Svyruoklė buvo atlenkta nuo pusiausvyros padėties ir paleista svyruoti. Jai praeinant pusiausvyros padėtį, jos siūlas per vidurį užsikabino už vinies. Sutrumpėjusi svyruoklė atsilenkė β = 60˚ kampu. Apskaičiuokite, kokiu kampu α buvo atlenkta svyruoklė.

α | β = 60˚



3.3 pav.

Kampu α atlenktos svyruoklės potencinė energija:

$$E_{p1} = mgh_1.$$

Kampu β atsilenkusios svyruoklės potencinė energija:

$$E_{p2} = mgh_2.$$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$E_{p1} = E_{p2};$$

todėl

$$h_1 = h_2 = h.$$

Pažymėkime svyruoklės ilgį ℓ.

Tada iš brėžinio:

$$cos\beta = 1 - \frac{2h}{\ell};$$

ir

$$h = \frac{\ell}{2}(1 - cos\beta). \qquad (1)$$

Analogiškai iš brėžinio:

$$cos\alpha = 1 - \frac{h}{\ell}. \qquad (2)$$

(1) įrašę į (2) gauname:

$$cos\alpha = 1 - \frac{1 - cos\beta}{2}.$$

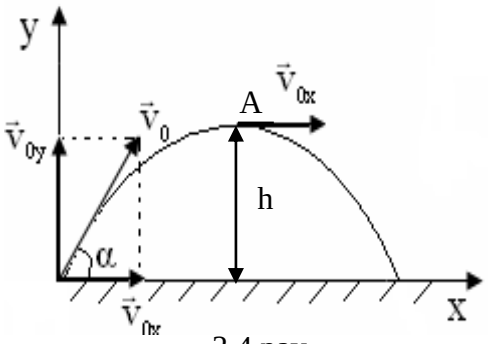
$$\alpha = arccos(1 - \frac{1 - cos\beta}{2});$$

$$\underline{\alpha = 41{,}5^\circ}.$$

4 pavyzdys

v_o pradiniu greičiu α kampu į horizontą išmestas kūnas pakyla į didžiausią aukštį $h = \frac{v_o^2 sin^2\alpha}{2g}$. Išveskite šią formulę naudodami energijos tvermės dėsnį.

	v_o
h	α
	g



3.4 pav.

Pradinio greičio vektorių $\vec{v}_o$ išskaidome į dedamąsias $\vec{v}_{ox}$ ir $\vec{v}_{oy}$. Aukščiausiame trajektorijos taške A kūno greičio vektorius $\vec{v}_{ox}$.

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$E_o = E_A;$$

čia

$$E_o = \frac{mv_o^2}{2},$$

$$E_A = mgh + \frac{mv_{ox}^2}{2}.$$

Iš brėžinio:

$$v_{ox} = v_o cos\alpha.$$

Tada

$$\frac{mv_o^2}{2} = mgh + \frac{mv_o^2 cos^2\alpha}{2}.$$

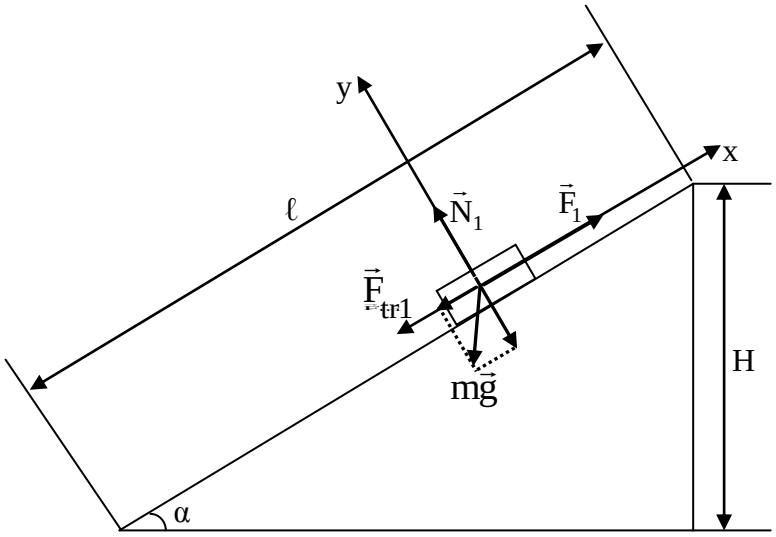
Iš čia:

$$h = \frac{v_o^2 sin^2\alpha}{2g}.$$

5 pavyzdys

Užtraukęs m = 5 kg masės rogutes į kalno viršų, Jokūbas atliko A = 500 J darbą. Traukiant rogučių virvė visą laiką buvo lygiagreti kalno paviršiui. Kalno viršuje Jokūbas atsisėdo ant rogučių ir pradėjo leistis žemyn be pradinio greičio. Kalno pasvirimo kampas α = 22°, trinties koeficientas tarp rogučių pavažų ir sniego μ = 0,1. Koks buvo Jokūbo greitis kalno apačioje?

v	m= 5 kg A= 500 J α=22° μ=0,1



3.5 pav.

Traukiamas į viršų rogutes veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}_1$, trinties jėga $\vec{F}_{tr1}$ ir jėga $\vec{F}_1$, kuria rogutes veikia Jokūbas. Pažymėkime kalno aukštį H, įkalnės ilgį ℓ.

Užtraukęs rogutes į viršų, Jokūbas atliko darbą:

$$A = F_1\ell. \qquad (1)$$

Apskaičiuokime jėgą F_1.

Pagal II Niutono dėsnį:

$$\vec{F}_1 + m\vec{g} + \vec{F}_{tr1} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktas ašis:

$$x:\ F_1 - mg\sin\alpha - F_{tr1} = 0. \qquad (2)$$

Žinome, kad

$$F_{tr1} = \mu N_1. \qquad (3)$$

$$y:\ N_1 - mg\cos\alpha = 0. \qquad (4)$$

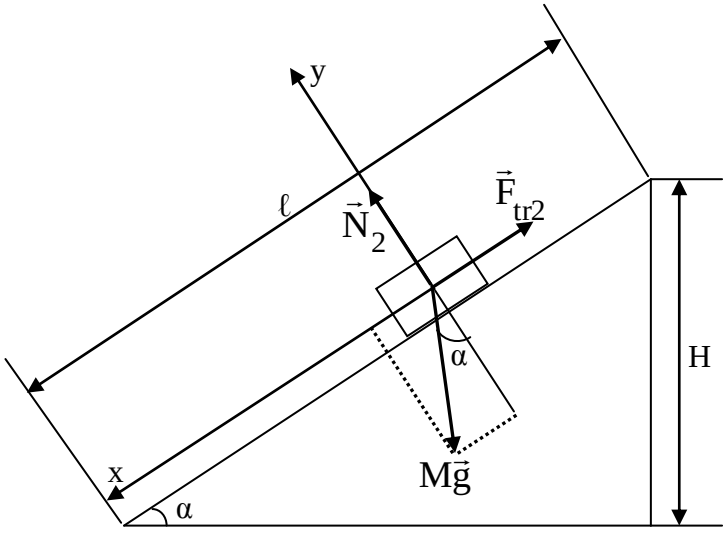
(3) ir (4) lygtis įrašę į (2) gauname:

$$F_1 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). \qquad (5)$$

(5) įrašome į (1):

$$A = mg\ell(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). \qquad (6)$$

Leidžiantis žemyn, bendra Jokūbo ir rogučių masė lygi M.



3.6 pav.

Pagal energijos tvermės dėsnį, trinties jėgų atliktas darbas skaitmeniškai lygus pilnutinės mechaninės energijos pokyčiui:

$$A_{tr2} = MgH - \frac{Mv^2}{2}. \qquad (7)$$

Kadangi

$$A_{tr2} = F_{tr2}\ell;$$

o

$$F_{tr2} = \mu N_2$$

ir

$$N_2 = Mgcos\alpha;$$

tai (7) lygtį galime perrašyti:

$$v^2 = 2g(H - \mu\ell cos\alpha). \qquad (8)$$

Arba

$$v^2 = 2g\ell(\frac{H}{\ell} - \mu cos\alpha).$$

Iš brėžinio:

$$\frac{H}{\ell} = sin\alpha.$$

$$v^2 = 2g\ell(sin\alpha - \mu cos\alpha). \qquad (9)$$

Padaliję (9) lygtį iš (6) gauname:

$$\frac{v^2}{A} = \frac{2(sin\alpha - \mu cos\alpha)}{m(sin\alpha + \mu cos\alpha)}.$$

Iš čia:

$$v = \sqrt{\frac{2A(tg\alpha - \mu)}{m(tg\alpha + \mu)}}.$$

$$\underline{v = 11\frac{m}{s}}.$$

6 pavyzdys

m masės rutulio, judančio horizontaliu paviršiumi, kinetinė energija E. Rutulys absoliučiai netampriai susiduria su stovinčiu M masės rutuliu. Kokia mechaninės energijos dalis smūgio metu virto vidine energija? Kokia būtų ši dalis, jei rutulių masės būtų vienodos?

$\frac{Q}{E}$	m E M

Apskaičiuojame, kokiu greičiu u pradės judėti abu rutuliai tuoj po smūgio. Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$mv = (m+M)\,u; \qquad (1)$$

čia v – pirmojo rutuliuko greitis iki smūgio.

Iš (1) lygties:

$$u = \frac{mv}{m+M}. \qquad (2)$$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$E = \frac{(m+M)u^2}{2} + Q; \qquad (3)$$

čia Q – energija, virtusi vidine energija.

Iš (3) lygties:

$$Q = E - \frac{(m+M)u^2}{2}. \qquad (4)$$

(2) lygtį įrašome į (4):

$$Q = E - \frac{m^2v^2}{2(m+M)}. \qquad (5)$$

Kadangi $\frac{mv^2}{2} = E$, tai (5) galime perrašyti:

$$Q = E(1 - \frac{m}{m+M}),$$

arba

$$\frac{Q}{E} = \frac{M}{m+M}.$$

Jei m= M, tai

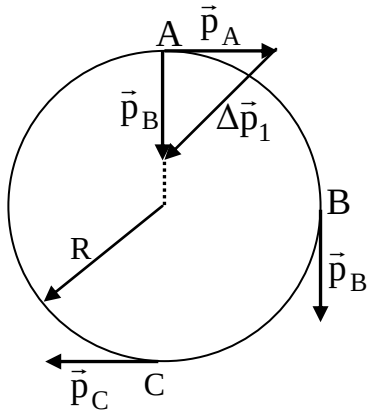
$$\frac{Q}{E} = \frac{1}{2}.$$

Susidūrus dviem vienodos masės kūnams (kai smūgis absoliučiai netamprus), pusė visos kinetinės energijos virsta vidine.

7 pavyzdys

m masės kūnas tolygiai juda R spindulio apskritimu. Sukimosi periodas T. Apskaičiuokite judesio kiekio pokytį po $\frac{1}{4}$ periodo ir $\frac{1}{2}$ periodo.

Δp_1	m
Δp_2	R
	T



3.7 pav.

Pradiniu laiko momentu kūno judesio kiekis taške A – $\vec{p}_A$, o po ketvirčio periodo taške B – $\vec{p}_B$. Judesio kiekio pokytis:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_B - \vec{p}_A .$$

Iš brėžinio:

$$\Delta p_1 = \sqrt{p_A^2 + p_B^2} . \qquad (1)$$

Bet

$$p_A = p_B = mv; \qquad (2)$$

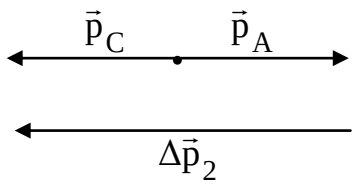
čia v – kūno judėjimo greitis.

$$v = \frac{2\pi R}{T} . \qquad (3)$$

(2) ir (3) įrašome į (1) ir gauname:

$$\underline{\Delta p_1 = 2\sqrt{2}\pi\frac{mR}{T}} .$$

Judesio kiekio pokytis po pusės periodo:



3.8 pav.

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_C - \vec{p}_A .$$

Iš brėžinio:

$$\Delta p_2 = p_A + p_C . \qquad (4)$$

$$p_A = p_C = mv . \qquad (5)$$

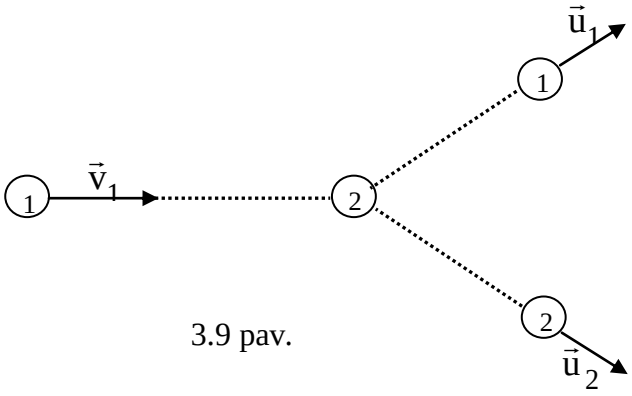
(5) ir (3) įrašome į (4) ir gauname:

$$\Delta p_2 = 4\pi\, m\frac{R}{T}.$$

8 pavyzdys

Horizontalia plokštuma riedantis rutulys smogia į tokios pat masės stovintį rutulį. Smūgis absoliučiai tamprus, necentrinis. Koks bus kampas tarp rutulių judėjimo krypčių po smūgio? Trinties nepaisyti.

α | $m_1 = m_2 = m$



3.9 pav.

Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$m\vec{v}_1 = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2,$$

čia $\vec{v}_1$ – pirmojo rutulio greitis iki smūgio, $\vec{u}_1$ ir $\vec{u}_2$ – pirmojo ir antrojo rutulių greičiai po smūgio.

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2. \qquad (1)$$

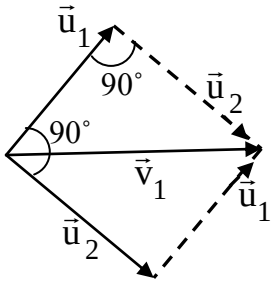
Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2},$$

arba

$$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2. \qquad (2)$$

Iš (1) lygties matyti, kad vektorius $\vec{v}_1$ yra vektorių $\vec{u}_1$ ir $\vec{u}_2$ sudaryto lygiagretainio įstrižainė:



3.9 pav.

Iš (2) lygties matyti, kad kampas tarp $\vec{u}_1$ ir $\vec{u}_2$ yra 90˚.

$\alpha \approx 90^\circ$.

III TURO UŽDAVINIAI

1. Akmuo metamas kampu į horizontą. Aukščiausiame taške akmens kinetinė energija, lyginant su pradine, sumažėja 3 kartus. Kokiu kampu buvo išmestas kūnas?

2. Nuo kokio aukščio H nuožulniosios plokštumos reikia paleisti slysti be trinties kūną, kad horizontalia plokštuma jis nušliuožtų atstumą ℓ? Trinties koeficientas tarp horizontaliosios plokštumos ir kūno μ.

3. Iš spyruoklinio pistoleto iššaunamas m masės rutuliukas. Pirmą kartą šaunama horizontaliai, antrą – vertikaliai aukštyn. Rutuliuko išlėkimo iš vamzdžio greičių santykis $\frac{v_1}{v_2} = n$. Spyruoklė abiem atvejais deformuojama dydžiu x. Kokio standumo spyruoklė įtaisyta pistolete?

4. m masės rutuliukas laisvai krinta iš aukščio h be pradinio greičio. Po smūgio į stalo paviršių rutuliukas atšoko į mažesnį aukštį ir vėl krito žemyn. Tarp pirmojo ir antrojo smūgio į stalą praėjo laikas τ. Koks šilumos kiekis išsiskyrė pirmojo smūgio metu? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

5. Akmuo išmestas $v_o = 10\frac{m}{s}$ pradiniu greičiu vertikaliai aukštyn. Kokiame aukštyje akmens kinetinė energija bus du kartus didesnė už potencinę? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

6. Žmogus, ištempdamas dinamometro spyruoklę nuo 0 N iki 10 N, atlieka 0,5 J darbą. Kokį darbą atlieka žmogus, ištempdamas spyruoklę nuo 40 N iki 50 N; nuo 0 N iki 50 N?

7. Keli žmonės gali pastumti iš vietos autobusą, o artilerijos sviedinys, pataikęs į autobusą, jį pramuša, bet iš vietos nepajudina. Kodėl taip yra, jei jėga, veikianti autobusą, antruoju atveju yra didesnė, nei pirmuoju?

8. m masės automobilis pradeda greitėti pastoviu pagreičiu a. Nubrėžkite kinetinės energijos priklausomybės nuo laiko grafiką $E_k = E_k(t)$ ir kinetinės energijos priklausomybės nuo nueito kelio grafiką $E_k = E_k(s)$.

9. m masės rutuliukas pritvirtintas prie ℓ ilgio nesvaraus strypo galo. Strypas gali svyruoti apie horizontalią ašį, einančią per kitą strypo galą. Strypas įsiūbuojamas taip, kad kiekvieną kartą, kai rutuliukas praeina pusiausvyros padėtį, jį trumpą laiko tarpą Δt veikia jėga F. Jėgos kryptis kiekvieną kartą sutampa su greičio kryptimi. Po kelių pilnų svyravimų strypas atsilenks 90˚ kampu?

10. $m = 1{,}2 \cdot 10^3$ kg masės palydovas skrieja apskritimine orbita apie Žemę. Palydovo apsisukimo periodas T = 240 min. Žemės spindulys R = 6400 km. Apskaičiuokite palydovo kinetinę energiją. Kitų planetų įtakos nepaisykite.

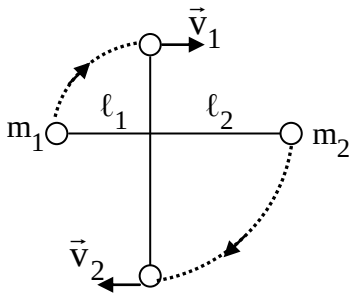
11. Norint nustatyti kulkos greitį yra naudojama balistinė svyruoklė. Ją sudaro ant ℓ ilgio siūlo pakabintas M masės tašelis. m masės kulka šaunama horizontaliai į tašelį. Žinodami, kad po pataikymo kulka netenka greičio ir nukrinta vertikaliai žemyn, o tašelis atsilenkia kampu α, apskaičiuokite, kokiu greičiu lėkė kulka.

12. Automobilis važiuoja į viršų pakilimu, kurio nuolydis yra mažas, pastoviu greičiu $v_1 = 6\frac{m}{s}$. Tuo pačiu pakilimu žemyn automobilis važiuoja greičiu $v_2 = 9\frac{m}{s}$. Kokiu pastoviu greičiu v_3 važiuos automobilis horizontaliu keliu? Automobilio variklio išvystoma galia visais atvejais vienoda. (Nuolydis α matuojamas pakilimo (nuožulniosios plokštumos) aukščio h santykiu su jos ilgiu ℓ ir lygus pakilimo (plokštumos) nuolydžio į horizontą kampo α sinusui: $\frac{h}{\ell} = \sin\alpha$.)

13. Kūnas užtempiamas nuožulniąja plokštuma į viršų pastoviu greičiu. Plokštumos pasvirimo kampas α. Koks nuožulniosios plokštumos naudingumo koeficientas, jei žinome, kad kūnas pradeda slysti nuo nuožulniosios plokštumos, kai jos pasvirimo kampas yra α_0?

14. Rutulys kabo ant ℓ ilgio siūlo, h aukštyje virš grindų. Siūlas su rutuliu atlenkiamas 90˚ kampu ir paleidžiamas. Praeinant pusiausvyros padėtį, siūlas nutrūksta. Apskaičiuokite rutulio greitį v kritimo ant žemės momentu. Kokiu atstumu s (horizontaliąja kryptimi) nuo pradinės vertikalės nukris ant grindų rutuliukas? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

15. Apie horizontalią ašį gali be trinties suktis labai lengvas svertas, kurio pečiai ℓ_1 ir ℓ_2. Prie sverto galų pritvirtinti m_1 ir m_2 masių pasvarai (3.11 pav.). Svertas savaime pereina iš horizontaliosios padėties į vertikalią. Koks antrojo pasvaro greitis apatiniame taške ir koks pirmojo pasvaro greitis viršutiniame taške?



3.11 pav.

16. m = 200 g masės žaislinis garvežiukas tolygiai važiuoja R = 0,5 m spindulio apskritimo formos bėgiais. Apskaičiuokite, per kiek laiko garvežiukas apvažiuos vieną ratą, jei jo judesio kiekis per $\frac{1}{2}$ periodo pakito $\Delta p = 0{,}25\frac{kg \cdot m}{s}$.

17. Ant horizontalaus stalo padėtas M masės tašelis. Į tašelį pataiko išilgai stalo lėkusi m masės kulka ir įstringa jame. Tašelis su įstrigusia kulka stalu nuslysta atstumą ℓ ir sustoja. Trinties koeficientas tarp tašelio ir stalo μ. Kokiu greičiu v_1 iki smūgio lėkė kulka?

18. Du vienodi rutuliai juda vienas prieš kitą. Vieno rutulio greitis $v_1 = 11\frac{m}{s}$, kito rutulio greitis $v_2 = 2v_1 = 22\frac{m}{s}$. Rutuliai absoliučiai netampriai susiduria. Po smūgio rutulių temperatūra pakilo Δt= 1˚C. Iš kokios medžiagos pagaminti rutuliai? Kitų energijos nuostolių nepaisykite.

19. Du plastiniai rutuliai, kurių masės $m_1 = 0{,}6\,kg$ ir $m_2 = 0{,}4\,kg$, juda horizontalia plokštuma greičiais $v_1 = 5\frac{m}{s}$ ir $v_2 = 10\frac{m}{s}$. Kūnai juda kryptimis, tarp kurių yra kampas α= 90˚. Susidūrę jie toliau juda kaip vienas kūnas. Apskaičiuokite: 1) sistemos judesio kiekį po smūgio; 2) sistemos greitį po smūgio; 3) kampą tarp

pradinės pirmojo rutulio judėjimo krypties ir sistemos judėjimo krypties po smūgio. Į pasipriešinimą judėjimui nekreipkite dėmesio.

20. m masės rutulys absoliučiai tampriai smogia į nejudantį nm masės rutulį (n>1). Po smūgio pirmasis rutulys atšoka 90˚ kampu su pradine kryptimi. Kiek kartų pakinta pirmojo rutulio energija?

KVIEČIAME
STUDIJUOTI

ŠIAULIŲ UNIVERSITETO GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETE

Fizikos katedros kuruojamos programos:

FIZIKA

BAKALAURO STUDIJOS

Kvalifikacinis laipsnis: fizikos bakalauras
Studijų trukmė – 4 metai (160 kreditų)
Studijų forma: dieninė

Studijuojant įgyjamas bazinis fiziko išsilavinimas. Skaitomi bendrosios, teorinės ir eksperimentinės fizikos kursai, daug dėmesio skiriama eksperimentui. Dėstomi keturi matematikos dalykai. Išmokstama dirbti su duomenų bazėmis, įgyjami programavimo ir modeliavimo pagrindai. Programoje numatyta alternatyvių disciplinų. Siūlomi matematikos ir informatikos bei fizikos specialieji kursai iš aktualių šiuolaikinio mokslo sričių. Daug dėmesio skiriama bakalauro darbui.

Karjeros galimybės

- Fizikos bakalaurai galės tęsti studijas šalies ir užsienio magistrantūroje arba penktaisiais metais išklausę 40 kreditų edukologijos programą, įgyti fizikos mokytojo kvalifikaciją.
- Galės pasirinkti II pakopos specialiąsias profesines studijas.
- Turėdami bazinį fiziko išsilavinimą, bakalaurai galės dirbti pramonės įmonėse, mokslo institucijose, moderniųjų technologijų srityje, valstybinėse ir komercinėse struktūrose, kurti arba organizuoti savo verslą.

OPTOMETRIJA

BAKALAURO STUDIJOS

Kvalifikacinis laipsnis: fizikos bakalauras
Profesinė kvalifikacija: optometrininkas
Studijų trukmė – 4 metai (160 kreditų)
Studijų forma: dieninė

Studijuojant įgyjamas bazinis fiziko išsilavinimas bei suteikiama optometrininko profesinė kvalifikacija. Dėstomi bendrosios, teorinės ir eksperimentinės fizikos, regos organų anatomijos, fiziologijos, patologijos, akies optikos, optinių technologijų, regos sistemos neurofiziologijos, akių ligų, regos terapijos ir kt. dalykai. Studentai, pasirinkę šią programą, įgis optometrijos specialistui būtinų žinių iš regos anomalijų, regos korekcijos ir optinių technologijų sričių, darbo su šiuolaikine optometrine įranga įgūdžių. Atliekamos dvi optometrininko praktikos. Daug dėmesio skiriama bakalauro darbui. Programoje numatyta alternatyviai bei laisvai pasirenkamų dalykų.

Karjeros galimybės

- Galės tęsti studijas šalies ir užsienio universitetų magistrantūroje.
- Galės kvalifikuotai dirbti akies ir regos sistemos pirminės priežiūros centruose, valstybinėse ir komercinėse struktūrose (optikos salonuose, optometrijos centruose).
- Galės dirbti kitose švietimo ir mokslo institucijose, moderniųjų technologijų srityje, kurti arba organizuoti savo verslą.

FIZIKA IR INFORMATIKA

BAKALAURO STUDIJOS

Kvalifikacinis laipsnis: fizikos bakalauras
Profesinė kvalifikacija: fizikos ir informatikos mokytojas
Studijų trukmė – 4,5 metų (180 kreditų)
Studijų forma: dieninė

Studijuojant įgyjamas bazinis fiziko išsilavinimas. Skaitomi bendrosios, teorinės ir eksperimentinės fizikos kursai, daug dėmesio skiriama eksperimentui. Dėstomi septyni informatikos ir keturi aukštosios matematikos dalykai. Be to, išklausomi pedagogikos, psichologijos, fizikos ir informatikos didaktikos kursai, atliekamos dvi praktikos. Programoje numatyta alternatyvių bei laisvai pasirenkamų dalykų.

Karjeros galimybės

- Galės tęsti studijas šalies ir užsienio universitetų magistrantūroje.
- Galės dirbti fizikos ir informatikos mokytojais bei klasės auklėtojais bendrojo ugdymo mokyklose ir gimnazijose, kitose švietimo ir mokslo institucijose, moderniųjų technologijų srityje, valstybinėse ir komercinėse struktūrose, kurti arba organizuoti savo verslą.

FIZIKA

MAGISTRO STUDIJOS

Kvalifikacinis laipsnis: fizikos magistras
Profesinė kvalifikacija: mokytojas
Studijų trukmė – 2 metai (80 kreditų)
Studijų forma: dieninė

Studijuoti pagal šią programą gali asmenys, turintys bakalauro laipsnį/jį atitinkantį diplomą ir išklausę bendrosios fizikos, aukštosios matematikos, pedagogikos bei fizikos didaktikos kursus. Neišklausiusiems pedagogikos bei fizikos didaktikos kursų skiriamos išlyginamosios studijos. Pasirinkę šias studijas magistrantai pagilina ir praplečia šiuolaikinės fizikos ir didaktikos žinias, įgyja praktinių įgūdžių, ir nemažą mokslinio darbo patirtį. Akademinės studijos trunka tris semestrus, ketvirtas semestras skiriamas praktikai ir magistro darbo rengimui. Dirbantiems pedagoginį darbą sudaroma galimybė atlikti praktiką savo darbo vietoje. Užsiėmimų grafikas sudaromas taip, kad galima būtų suderinti darbą ir studijas.

Karjeros galimybės

- Galės tęsti studijas šalies ir užsienio universitetų doktorantūroje.
- Galės dirbti mokslo bei pedagoginį darbą bendrojo ugdymo ir aukštosiose mokyklose, kitose švietimo ir mokslo institucijose, valstybinėse bei komercinėse struktūrose.

OPTOMETRIJA

SPECIALIOSIOS PROFESINĖS STUDIJOS

Profesinė kvalifikacija: optometrininkas
Studijų trukmė – 1 metai (40 kreditų)
Studijų forma: neakivaizdinė

Optometrija – regos mokslo tyrimais paremta autonominė, reglamentuota sveikatos priežiūros profesija.

Specialiųjų profesinių studijų programa Optometrija – tai antros pakopos studijų programa. Studijuoti pagal šią programą gali asmenys, turintys bakalauro laipsnį/jį atitinkantį diplomą. Pasirinkę šią programą, studentai įgyja optometrijos specialistui būtinų žinių iš regos anomalijų, regos korekcijos bei optinių technologijų sričių. Atlikdami optometrininko praktiką, studentai pagilina ir įtvirtina universitete įgytas teorines žinias, išmoksta jas taikyti praktikoje, formuoja optometrininko įgūdžius. Atlikdami analitinį tiriamąjį darbą, įgyja darbo su šiuolaikine modernia optometrine įranga patirties.

Karjeros galimybės

Turėdami bazinį išsilavinimą ir optometrininko kvalifikaciją, absolventai galės kvalifikuotai dirbti akies ir regos sistemos pirminės priežiūros centruose (optikos salonuose, optometrijos centruose).

Šiaulių universitetas *Tel. (8-41) 595 721*
Gamtos mokslų fakultetas
Fax. (8-41) 595 794
Fizikos katedra El. paštas fk@fm.su.lt
P. Višinskio g. 19, LT-77156 Šiauliai http://www.su.lt

Lietuvos fizikų draugija
Šiaulių universitetas
Jaunųjų fizikų mokykla „FOTONAS“

Genovaitė Meinorienė, Aurelija Pelanskienė, Saulius Pelanskis

III kurso uždavinių metodiniai nurodymai

2008 10 (465)

2008–2009 mokslo metai

Redagavo Algirdas Malakauskas
Rinko ir maketavo Diana Adomaitytė

SL 843. 2008 09 11. 4,19 leidyb. apsk. l. Tiražas 800. Užsakymas
Spausdino UAB „Šiaulių knygrišykla“,
P. Lukšio 9A, LT-77156, Šiauliai, tel.: (8 ~ 41) 50 03 33, 43 19 14.