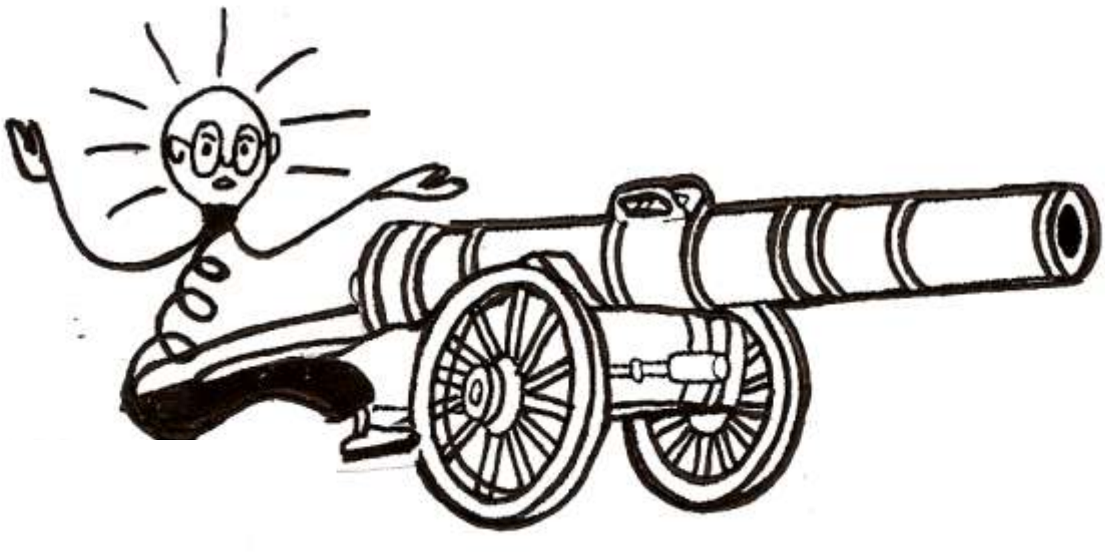
ISSN 1392-2068

LIETUVOS FIZIKŲ DRAUGIJA
ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS

JAUNŲJŲ FIZIKŲ MOKYKLA

„FOTONAS“

III KURSO UŽDUOTYS IR
METODINIAI NURODYMAI
2009 10 (480)



Šiauliai 2009

ISSN 1392-2068

LIETUVOS FIZIKŲ DRAUGIJA
ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
JAUNŲJŲ FIZIKŲ MOKYKLA „FOTONAS“

Genovaitė Meinorienė, Saulius Pelanskis, Aurelija Pelanskienė

ŠVIESOS BANGINĖS SAVYBĖS. ATOMO SANDARA. DINAMIKA. KINEMATIKA. MECHANINIS DARBAS, ENERGIJA

III KURSO UŽDUOTYS IR METODINIAI NURODYMAI

2009 10 (480)

Metodinė priemonė
2009–2010 mokslo metai

Šiauliai 2009

Leidžiama nuo 1972 m.
Leidinių periodiškumas – 15 per metus.

Leidinį parengė:
I turo metodinius nurodymus ir užduotis – Genovaitė Meinorienė,
II turo metodinius nurodymus ir užduotis – Saulius Pelanskis,
III turo metodinius nurodymus ir užduotis – Aurelija Pelanskienė.

Recenzavo: dr. Rasa Žemaičiūnienė,
vyr. metodininkas Vacys Jankus.

Šiaulių universiteto Gamtos mokslų fakulteto tarybos rekomenduota 2009-09-11 (protokolo Nr.1).

SU NAUJAISIAIS MOKSLO METAIS,
FOTONIEČIAI!

Šie mokslo metai jaunųjų fizikų mokykloje Jums tretieji. Linkime ir toliau domėtis patraukliu fizikos mokslu – kartais žaviu, o kartais ir sunkiu. Sėkmingai spręskite naujų turų uždavinius.

Šiais mokslo metais per tris turus reikės išspręsti 60 uždavinių.

Geriausi fotoniečiai bus kviečiami į „Fotono“ vasaros stovyklą.

Šifras, kurį Jūs gavote pirmame kurse, lieka tas pats.

Primename, kad mokinys, neatsiuntęs iš eilės dviejų turų sprendimų be pateisinamos priežasties, šalinamas iš „Fotono“ mokyklos be atskiro pranešimo.

Uždavinių sprendimų išsiuntimo terminai:

I turas – **2009-11-25**,
II turas – **2010-02-10**,
III turas – **2010-04-15**.

Sąsiuvinius su sprendimais siųskite adresu:

,,Fotonui“
Šiaulių universitetas
P. Višinskio g. 19
76351 Šiauliai

Tel./faks. (8 ~ 41) 59 57 24
El. paštas fotonas@fm.su.lt
Interneto puslapis: www.fotonas.su.lt

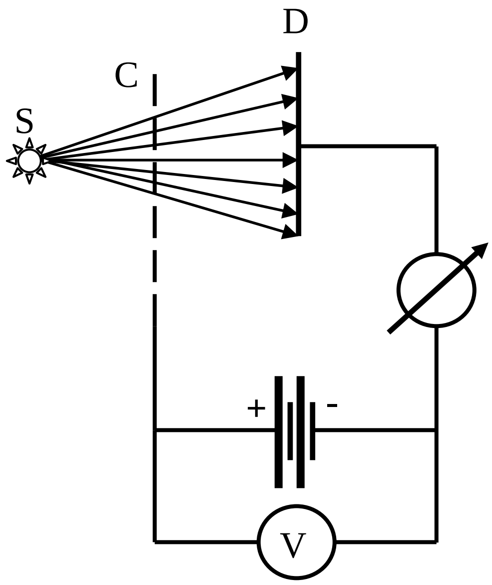
LINKIME SĖKMĖS!

,,Fotono“ taryba

I TURAS

<u>ŠVIESOS BANGINĖS SAVYBĖS. ATOMO SANDARA</u>

Metodiniai nurodymai

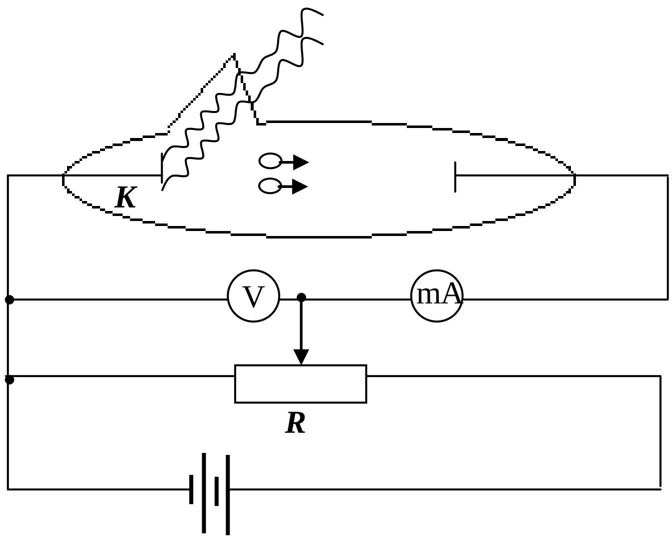


1.1 pav.

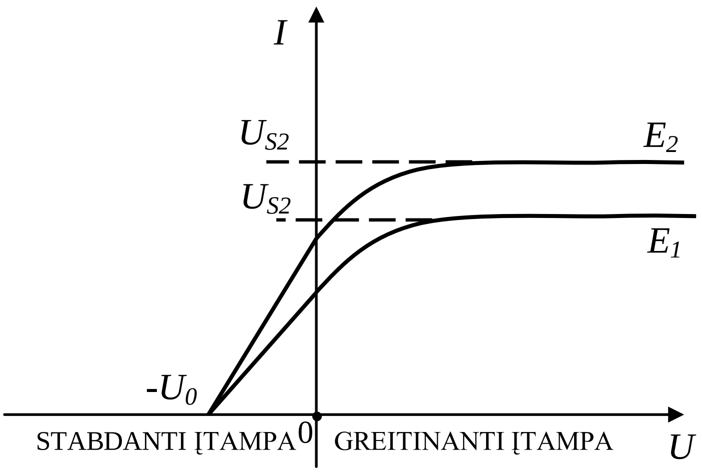
A. Stoletovo bandymai išaiškino, kad šviesa iš katodo metalinio paviršiaus išmuša neigiamus krūvius. A. Stoletovo bandymų schema pavaizduota (1.1 pav.). Krintant į neigiamai įelektrintą plokštelę D šaltinio S šviesai, grandinėje atsiranda elektros srovė, vadinama **<u>fotosrove</u>**. Fotosrovės stiprumas proporcingas plokštelės D apšvietimui. Apšvietus teigiamai įelektrintą kondensatoriaus elektrodą C, fotosrovė neatsiranda. Taip eksperimentiškai buvo įrodyta, kad šviesos veikiamas metalas praranda daleles, turinčias neigiamą krūvį. Nustatyta, kad šviesa išlaisvina iš metalo elektronus.

Elektronų išlaisvinimo iš kietųjų ir skystųjų medžiagų, veikiant šviesai, reiškinys buvo pavadintas **<u>išoriniu fotoefektu.</u>**

Tiriant išorinį fotoefektą, buvo nustatyta, kad šis reiškinys priklauso ne tik nuo metalo cheminės prigimties, bet ir nuo jo paviršiaus būsenos. Todėl fotoefektui tirti naudojamas vakuuminis vamzdelis. Tiriamuoju metalu padengtas katodas *K* apšviečiamas monochromatine šviesa. Įtampa *U* tarp anodo ir katodo reguliuojama potenciometru *R* ir matuojama voltmetru V. Fotosrovė



1.2 pav.



1.3 pav.

matuojama mA. Gautos dvi fotosrovės stiprumo I priklausomybės nuo U kreivės, atitinkančios skirtingas katodo energinio apšvietimo reikšmes

$$E_2 > E_1.$$

Šviesos dažnis abiem atvejais vienodas.

Fotosrovė teka ir esant neigiamai įtampai nuo 0 iki –U_0. Vadinasi, išlaisvintų iš katodo fotoelektronų pradinė kinetinė energija nelygi nuliui: tos energijos sąskaita elektronai atlieka darbą prieš stabdančias elektrinio lauko jėgas ir pasiekia anodą. Taigi ryšys tarp maksimalaus fotoelektronų pradinio greičio v_{max} ir U_0 turi būti:

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_0, \tag{1.1}$$

čia e ir m – elektrono krūvio ir masės absoliutiniai didumai. Kai $U \leq -U_0$, fotosrovė $I = 0$. Didinant U, fotosrovė I didėja, nes vis daugiau fotoelektronų įstengia pasiekti anodą. Maksimali fotosrovė I_s, vadinamoji soties fotosrovė, atitinka tokią įtampą U_s, kuriai veikiant visi iš katodo išlėkusieji elektronai pasiekia anodą.

$$I_s = en, \tag{1.2}$$

čia n – per 1 s išlekiančių iš katodo fotoektronų skaičius.

Eksperimentais nustatyti šie pagrindiniai išorinio fotoefekto dėsniai:

I. Maksimalus pradinis fotoelektronų greitis priklauso nuo šviesos dažnio ir nepriklauso nuo jos intensyvumo.

II. Kiekvienai medžiagai būdinga tam tikra fotoefekto raudonoji riba, t. y. minimalus šviesos dažnis, kuriam esant dar galimas išorinis fotoefektas.

III. Per laiko vienetą išlaisvintų iš katodo elektronų skaičius n yra proporcingas šviesos intensyvumui.

Mėginant paaiškinti pirmąjį ir antrąjį dėsnius, buvo susidurta su rimtais keblumais. Elektromagnetinė teorija negalėjo paaiškinti, kodėl išlekiančių fotoelektronų maksimalus pradinis greitis ir kinetinė energija priklauso nuo šviesos dažnio, o ne nuo elektrinio lauko stiprumo virpesių bangoje amplitudės ir su ja susijusio bangų intensyvumo. Ieškodamas šios problemos sprendimo A. Einšteinas sukūrė kvantinę šviesos teoriją. Pagal Einšteiną šviesa spinduliuojama ir absorbuojama atskiromis porcijomis – kvantais. Kvantai buvo pavadinti fotonais. Kiekvieno kvanto energija:

$$E = h\nu, \tag{1.3}$$

čia h – Planko konstanta ir yra lygi $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s, ν – dažnis.

$$\nu = \frac{c}{\lambda}. \tag{1.4}$$

Fotoelektronų kinetinę energiją galima rasti remiantis energijos tvermės dėsniu. Šviesos porcijos energija naudojama išlaisvinimo darbui A atlikti ir suteikti elektronui kinetinės energijos:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \tag{1.5}$$

čia m – elektrono masė $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Kiekvienoje medžiagoje fotoefektas pastebimas tik tada, kai šviesos dažnis ν viršija tam tikrą mažiausią vertę ν_{min}. Norint išplėšti elektroną iš metalo, nors ir nesuteikiant jam kinetinės energijos, reikia atlikti išlaisvinimo darbą A. Vadinasi, kvanto energija turi būti didesnė už šį darbą:

$$h\nu > A.$$

Ribinis dažnis ν_{min} arba λ_{max} vadinamas fotoefekto raudonąja riba. Jis išreiškiamas taip:

$$\nu_{\min} = \frac{A}{h} \tag{1.6}$$

arba

$$h\frac{c}{\lambda} = A,$$

$$\lambda_{\max} = \frac{hc}{A}. \tag{1.7}$$

Žinant ν_{min} arba λ_{max} ir U_0 elektronų stabdymo įtampą (pasinaudojus (1.1), (1.5), (1.6) ir (1.7) formulėmis) Einšteino lygtį fotoefektui galima išreikšti:

$$h\nu = h\nu_{\max} + eU_0 \text{ arba}$$

$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_{\max}} + eU_0.$$

Pagal reliatyvumo teoriją energija su mase susijusi taip:

$$E = mc^2.$$

Ji rodo, kad pilnutinė energija proporcinga kūno masei. Vadinasi, pakitus kūno ar sistemos energijai, pakinta ir jo masė ir atvirkščiai:

$$\Delta E = \Delta mc^2.$$

Kadangi fotono energija $E = h\nu$, tai jo masė

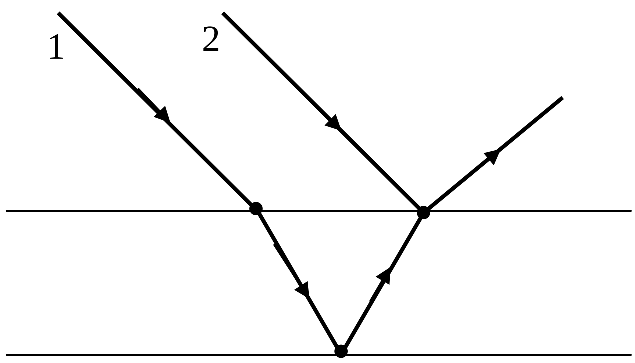
$$h\nu = mc^2,$$

$$m = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Fotonas neturi rimties masės, nejudėdamas jis neegzistuoja, o atsiradęs iš karto įgyja greitį c.

Šviesos interferencija

Tai bangų sudėtis. Ją galima stebėti, kai bangos yra koherentinės (tai vienodo dažnio bangos ir fazių skirtumas laikui bėgant yra pastovus). Koherentiniai šviesos šaltiniai yra vienodi lazeriai. Koherentines bangas galima gauti šviesos pluoštą naudojant veidrodžius arba prizmes išsklaidžius į du pluoštus.



1.4 pav.

Maksimumas gaunamas ten, kur dvi bangos susitiks vienodomis fazėmis, minimumas – kur susitiks skirtingomis fazėmis.

Jeigu eigos skirtumas yra lygus sveikam bangų ilgių skaičiui, tai muilo plėvelę apšvietę raudona šviesa matysime ryškią raudoną spalvą

$$\Delta d = k\lambda,$$

čia Δd – eigos skirtumas, k – sveikas bangų skaičius, λ – bangos ilgis.

Jeigu į tą pačią plėvelę tuo pačiu kampu kristų mėlyni spinduliai, tai ryškiai mėlyna spalva susidarytų kitose plėvelės vietose, nes mėlynų spindulių bangos ilgis mažesnis negu raudonų.

Jeigu eigos skirtumas tarp spindulių lygus nelyginiam pusbangių skaičiui, tai tose plėvelės vietose matysime tamsią spalvą.

$$\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

Šviesos dispersija

Šviesos lūžio rodiklio priklausomybė nuo spindulio spalvos vadinama dispersija. Jeigu balta šviesa patenka į trikampę stiklinę prizmę, ji išskaido į šias spalvas: raudoną, oranžinę, geltoną, žalią, žydrą, mėlyną, violetinę. Spindulių spalva priklauso nuo bangos ilgio. Raudonų spindulių jis yra didžiausias, o violetinių mažiausias. Kai monochromatinė šviesa pereina iš vienos aplinkos į kitą, jos dažnis nesikeičia. Šio perėjimo metu kinta bangos ilgis ir greitis

$$\lambda_{ap} = \frac{\lambda_0}{n},$$

čia λ_{ap} – bangos ilgis aplinkoje, λ_0 – bangos ilgis vakuume, n – aplinkos lūžio rodiklis.

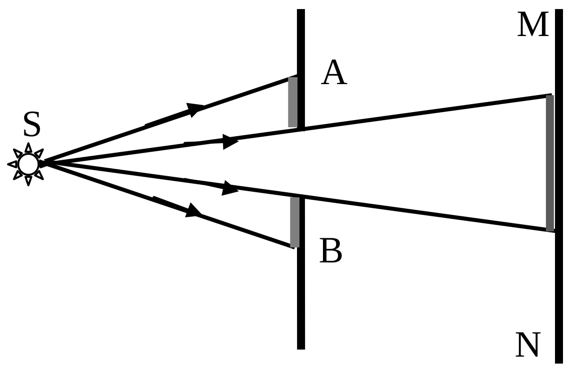
$$v_{ap} = \frac{c}{n},$$

čia v_{ap} – bangos greitis aplinkoje, $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ šviesos greitis vakuume.

Kiekviena spalva turi kitokį lūžio rodiklį, nes kiekvienos spalvos spinduliai lūžta skirtingai: mažiausiai nukrypsta raudoni, daugiausiai – violetiniai. Raudoni spinduliai tam tikroje aplinkoje sklinda didžiausiu greičiu, o violetiniai mažiausiu. Visų spalvų spinduliai vakuume sklinda vienodu greičiu $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Šviesos difrakcija

Šviesos užlinkimas už kliūties vadinamas šviesos difrakcija.

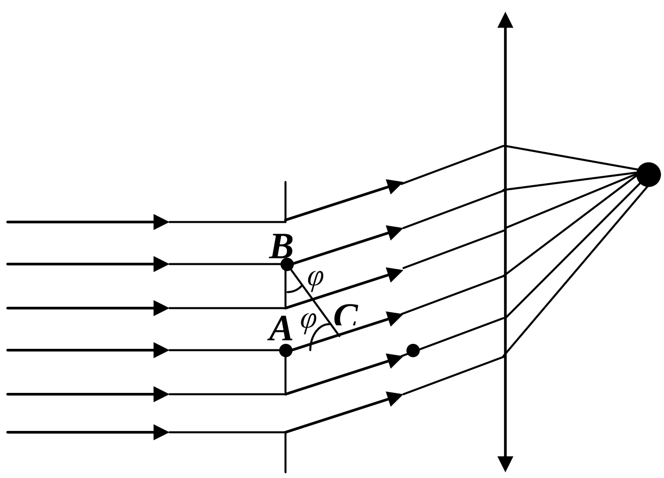


1.5 pav.

Jei iš šaltinio S sklindantį šviesos spindulių pluoštą praleisime pro skylutę AB, tai ekrane gausime šviesią dėmę. Tos dėmės skersmuo parodo, kokio pločio šviesos pluoštas krinta į ekraną MN. Sumažinus skylę AB, sumažėja ir dėmė, atseit susiaurėja šviesos spindulių pluoštas. Tačiau pradedant nuo tam tikro skylutės dydžio, skylutei mažėjant dėmelė jau ne mažėja, o atvirkščiai – ima didėti. Be to, ji pasidaro neryški ir netolygiai apšviesta. Dėmelėje atsiranda eilė pakaitomis einančių šviesių ir tamsių žiedų, ir jie užima daug didesnę sritį, negu turėtų užimti braižant geometriškai pagal šviesos tiesiaeigio plitimo faktą.

Difrakcijos reiškiniai taikomi difrakcinėje gardelėje. Aukštos kokybės gardelėje kiekviename milimetre įrėžiama po tūkstantį ir daugiau rėžių. Vieno skaidraus plyšio ir rėžio bendras plotis vadinamas gardelės konstanta.

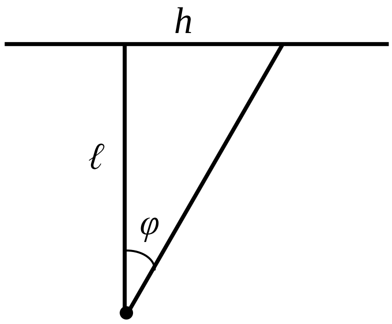
Praeidama pro gardelės plyšius šviesa difraguoja ir už kiekvieno plyšio plinta visomis kryptimis. Taigi kiekvienas plyšys tampa koherentinių bangų šaltiniu, ir ekrane matomas stabilus tų bangų interferencinis vaizdas. Apšvietę gardelę lygiagrečiais vienspalviais spinduliais, ekrane matysime ryškias siauras tos spalvos linijas. Apšvietę gardelę balta šviesa matysime iš karto visų vaivorykštės spalvų linijas – difrakcijos spektrą.



1.6 pav.

Išnagrinėkime (1.6 pav.), kada nuo plyšių sklindančios bangos stiprina vieną kitą. Nagrinėsime kampu φ sklindančias bangas. Nuo gretimų plyšių kraštų sklindančių spindulių eigos skirtumas lygus atkarpos AC ilgiui. Jeigu šioje atkarpoje tilptų sveikas bangų ilgių skaičius, tai sudedamos visų plyšių bangos stiprintų vieną kitą. Raskime trikampio ABC statinį AC. Maksimumus stebėsime kryptimis, kurias nusako kampų φ vertės, tenkinančios sąlygą

$$d\sin\varphi = k\lambda .$$



1.7 pav.

Įstatykime gardelę į rėmelį ir žiūrėkime pro ją į skalės apšviestą plyšį (1.7 pav.). Abipus šviesaus ruožo matysime išsidėsčiusius difrakcinius spektrus. Jeigu išmatuosime atstumą ℓ nuo difrakcijos gardelės iki skalės ir tiriamų spindulių nuokrypą h nuo centrinio balto ruožo, laikydami, kad

$$\sin\varphi \approx tg\varphi,$$

$$tg\varphi = \frac{h}{\ell},$$

galėsime užrašyti

$$d\frac{h}{\ell} = k\lambda .$$

Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1 pavyzdys

Koks maksimalus elektronų, išplėštų iš platinos paviršiaus, greitis apšviečiant jį 100 nm bangos ilgio šviesa? Elektrono masė 9,1·10^{-31} kg.

v	λ = 100 nm = 100·10^{-9} m A = 5,3 eV = 5,3· 1,6·10^{-19} J = 8,48·10^{-19} J h = 6,62·10^{-34} Js m = 9,1·10^{-31} kg c = 3·10^{8} m/s

Užrašome Einšteino lygtį fotoefektui

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

$$\frac{mv^2}{2} = h\frac{c}{\lambda} - A.$$

Tuomet ieškomas elektronų, išplėštų iš platinos paviršiaus, greitis lygus

$$v = \sqrt{\frac{2(h\frac{c}{\lambda} - A)}{m}} = \sqrt{\frac{2(6{,}62\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}\frac{3\cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}}{10^{-7}\,\mathrm{m}} - 8{,}48\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J})}{9{,}1\cdot 10^{-31}\mathrm{kg}}} = 1{,}6\cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

$$v = 1{,}6\cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Atsakymas: $v = 1{,}6\cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$

2 pavyzdys

Kokią stabdymo įtampą reikia sudaryti tarp fotoelemento gnybtų, norint sustabdyti fotoelektronus, kuriuos skleidžia kalis, apšviečiamas 3,3·10^{-7} m bangos ilgio spinduliais? Kalio fotoefekto raudonoji riba 6,2·10^{-7} m.

U_s	λ = 3,3·10^{-7} m λ_0 = 6,2·10^{-7} m h = 6,62·10^{-34} Js c = 3·10^{8} m/s m = 9,1·10^{-31} kg e = 1,6·10^{-19} C

Einšteino lygtis fotoefektui

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

$$h\frac{c}{\lambda} = A + \frac{mv^2}{2}. \qquad (1)$$

Fotoelektronams sustabdyti tarp vakuuminio fotoelemento katodo ir anodo reikia sudaryti tokį potencialų skirtumą, kad elektronus stabdančio elektrinio lauko darbas būtų lygus jų pradinei kinetinei energijai

$$eU_s = \frac{mv^2}{2}. \qquad (2)$$

Išlaisvinimo darbą išreiškiame fotoefekto raudonąja riba:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0}. \tag{3}$$

Išsprendžiame kartu (1), (2) ir (3) lygtis – išreiškiame stabdymo įtampą ir ją apskaičiuojame:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + eU_s,$$

$$U_s = \frac{\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}}{e} = \frac{hc(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0})}{e},$$

$$U_s = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}\; 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}(\frac{1}{3{,}3 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}} - \frac{1}{6{,}2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}})}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}},$$

$$U_s = 1{,}7\,\mathrm{V}.$$

Atsakymas: $U_s = 1{,}7\,\mathrm{V}$.

3 pavyzdys

Lazerio impulso trukmė 5 ns, galia 100 W. Kiek fotonų, kurių bangos ilgis yra 0,7 µm, išlekia per vieną impulsą?

n	$N = 1$ $t = 5$ ns $= 5 \cdot 10^{-9}$ s $P = 100$ W $\lambda = 0{,}7$ µm $= 0{,}7 \cdot 10^{-6}$ m

Žinome, kad lazerio energija yra lygi jo galios ir impulso trukmės sandaugai

$$E = P \cdot t.$$

Taip pat žinome, kad energija lygi

$$E_1 = h\nu.$$

n fotonų energija:

$$E = nh\nu,$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

tada:

$$E = nh\frac{c}{\lambda}.$$

Sulyginame anksčiau užrašytas išraiškas ir gauname

$$Pt = nh\frac{c}{\lambda}.$$

Tuomet fotonų, išlekiančių per vieną impulsą, skaičius yra lygus:

$$n = \frac{P \cdot t\lambda}{hc},$$

$$n = \frac{100 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-6}}{6{,}62 \cdot 10^{-34} 3 \cdot 10^{8}},$$

$$n = 1{,}76 \cdot 10^{12}.$$

Atsakymas: $n = 1{,}76 \cdot 10^{12}$.

4 pavyzdys

Monochromatinis natrio šviesos spindulys, kurio svyravimo dažnis $5 \cdot 10^{14}$ s^{-1}, pereina iš tuštumos į stiklą. Stiklo lūžio rodiklis 1,5. Raskite natrio lempos šviesos bangos ilgį ir jo pakitimą, pereinant šviesai iš tuštumos į stiklą.

$\Delta\lambda$	$\nu = 5 \cdot 10^{14}$ s^{-1}
	n = 1,5

Bangos ilgis vakuume susijęs su dažniu pagal šią formulę

$$\lambda = \frac{v}{\nu}, \tag{1}$$

čia c – šviesos greitis vakuume.

Stikle

$$\lambda_1 = \frac{v}{\nu}, \tag{2}$$

čia v – šviesos greitis stikle.

$$v = \frac{c}{n}.$$

Iš (1), (2) ir (3)

$$\lambda_1 - \lambda = \frac{v}{\nu} - \frac{c}{\nu} = \frac{\frac{c}{n}}{\nu} - \frac{c}{\nu} = \frac{c}{n\nu} - \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu}(\frac{1}{n} - 1),$$

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda,$$

$$\Delta\lambda = \frac{c}{\nu}(\frac{1}{n} - 1),$$

$$\Delta\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \,\text{m/s}}{5 \cdot 10^{14} \,\text{Hz}}(\frac{1}{1{,}5} - 1),$$

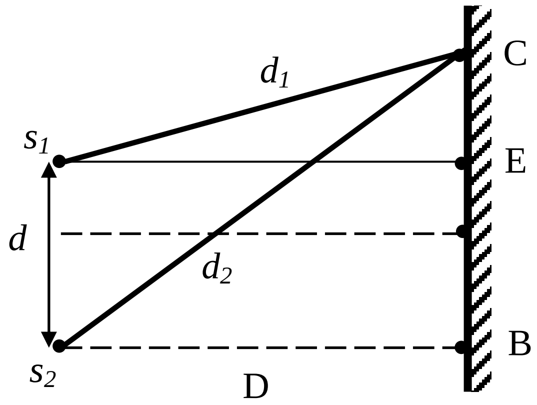
$$\Delta\lambda = 200 \cdot 10^{-9} \,\text{m} = 200 \,\text{nm}.$$

Atsakymas: $\Delta\lambda = 200 \cdot 10^{-9} \,\text{m} = 200 \,\text{nm}.$

5 pavyzdys

Atstumas tarp plyšių *d*, o atstumas nuo dvigubo plyšio iki ekrano *D* (1.8 pav.). Apšvietus šviesa, atstumas tarp gretimų šviesių difrakcinio vaizdo juostų buvo Δ*h*. Remdamiesi šiais duomenimis, apskaičiuokite bangos ilgį.

λ	d
	D
	Δh



1.8 pav.

Ekrano taške C bus apšviestumo maksimumas, jeigu galios sąlyga

$$d_2 - d_1 = k\lambda,$$

čia k = 0, 1, 2, …

Trikampiams S_2CB ir S_1CE taikykime Pitagoro teoremą

$$d_2^2 = D^2 + (h_k + \frac{d}{2})^2,$$

$$d_1^2 = D^2 + (h_k - \frac{d}{2})^2,$$

Iš pirmosios lygybės panariui atėmę antrąją, gauname:

$$d_2^2 - d_1^2 = 2h_k d$$

arba

$$(d_1 + d_2)(d_2 + d_1) = 2h_k d.$$

Kadangi $d << D$, tai $d_1 + d_2 \approx 2D$. Vadinasi, $d_2 - d_1 \approx \frac{h_k d}{D}$. Atsižvelgę į tai, kad $d_2 - d_1 = k\lambda$, galime užrašyti:

$$k\lambda = \frac{h_k d}{D}.$$

Iš čia

$$h_k = \frac{k\lambda D}{d},$$

$$\Delta h = h_{k+1} - h_k \approx \frac{\lambda D}{d},$$

$$\lambda = \frac{d\Delta h}{D}.$$

Atsakymas: $\lambda = \frac{d\Delta h}{D}$.

6 pavyzdys

Kiek įbrėžimų turi būti difrakcinės gardelės milimetre, kad 90º kampą atitiktų 5-osios eilės maksimumas? Šviesos bangos ilgis λ = 500 nm.

n	$s = 1$ mm $= 1\cdot10^{-3}$ m $\alpha = 90^{\circ} = \varphi$ $k = 5$ $\lambda = 500$ nm $= 500\cdot10^{-9}$ m

$$d\sin\varphi = k\lambda,$$

$$\frac{s}{n}\sin\varphi = k\lambda,$$

$$n = \frac{s\sin\varphi}{k\lambda},$$

$$n = \frac{1\cdot10^{-3}\cdot1}{5\cdot500\cdot10^{-9}},$$

$n = 400$.

Atsakymas: $n = 400$.

I TURO UŽDUOTYS

1. Fotono bangos ilgis $\lambda = 380$ nm. Apskaičiuokite jo energiją ir masę.

2. Kiek fotonų skleidžia 60 W šviesos šaltinis per vieną sekundę, jei vidutinis bangos ilgis 600 nm?

3. Nustatykite kalio raudonąją fotoefekto ribą.

4. Monochromatinės šviesos šaltinis, kurio galingumas 50 W, spinduliuoja žalią šviesą, kurios bangos ilgis 5300 $\mathring{A}$. Šaltinio naudingumo koeficientas lygus 0,2 %. Raskite kas sekundę spinduliuojamų fotonų skaičių.

5. Cezio raudonoji fotoefekto riba 653 nm. Raskite fotoelektronų, išmuštų švitinant cezį violetine šviesa, greitį. Violetinės šviesos bangos ilgis 400 nm. Elektrono masė $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg. P. S. *Uždavinį išspręskite nesinaudodami lentele, kurioje nurodytas elektronų išlaisvinimo iš medžiagos darbas.*

6. 5,3 eV energijos fotonas išplėšia iš metalinės plokštelės paviršiaus elektroną. Kokią energiją turi turėti fotonas, krintantis į šį paviršių, tam, kad maksimalus išlekiančių elektronų greitis padidėtų 1,5 karto? Raudonoji fotoefekto riba 325 nm.

7. Kai šviesos virpesių dažnis $2\cdot10^{15}$ Hz, fotoelektronų stabdymo įtampa 7 V, o kai $4\cdot10^{15}$ Hz, tai stabdymo įtampa 15 V. Apskaičiuokite Planko konstantą.

8. Saulės masė $1{,}97\cdot10^{30}$ kg. Ji per minutę išspinduliuoja energiją, lygią $6{,}5\cdot10^{21}$ kWh. Laikant, kad Saulės spinduliavimas yra pastovus, raskite ,per kokį laiką Saulės masė sumažės du kartus.

9. Raskite vidutinį Saulės tankį ir jį įvertinkite. Saulės vidutinis spindulys $7\cdot10^{8}$ m, Saulės masė $2\cdot10^{30}$ kg.

10. Koks yra glicerino absoliutinis lūžio rodiklis, jeigu žalios šviesos, kurios fotonų energija $3{,}31\cdot10^{-19}$ J, bangos ilgis glicerine 407 nm.

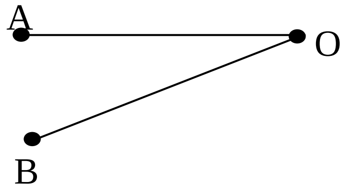
11. Raudonojo lazerio bangos ilgis 650 nm. Koks jo bangos ilgis vandenyje? Kokią spalvą matys stebėtojas vandenyje?

12. Ar matysime balto spindulio erdvinį išskaidymą, jeigu jis kris iš oro į stiklinę plokštę a) įstrižai, b) statmenai?

13. Į vandens paviršių krinta 760 nm bangos ilgio raudonų šviesos spindulių pluoštelis. Koks šios šviesos bangos ilgis vandenyje? Vandens absoliutinis lūžio rodiklis raudonai šviesai 1,329.

14. Pasinėrę po vandeniu Martynas Linui pasiunčia baltą šviesos signalą. Draugai vienas nuo kito nutolę 30 m. Kokiu atstumu ir kiek laiko raudonieji spinduliai aplenks violetinius? Vandens absoliutinis lūžio rodiklis raudoniems spinduliams lygus 1,329, o violetiniams – 1,344.

15. Dviejų koherentinių šaltinių sukeltos bangos pasiekia tašką O (1.9 pav.). Jų eigos skirtumas AO – BO = 2λ. Ką matysime taške O? Kodėl?

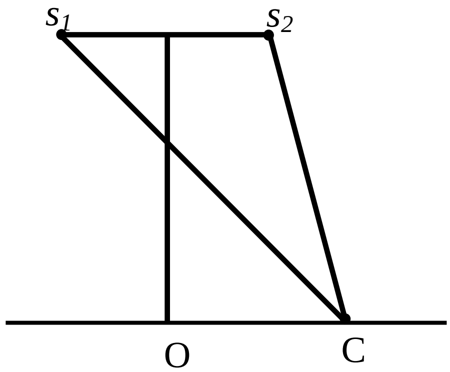


1.9 pav.

16. Dvi šviesos bangos, susitikusios tam tikroje erdvės dalyje, viena kitą slopina. Ar dėl to šviesos energija virsta kitos rūšies energija?

17. Taškuose A ir B yra prietaisai, skleidžiantys 0,4 m ilgio koherentines bangas. Ar jos stiprina, ar silpnina viena kitą taške C, kai AC = 12,8 m, BC = 11,2 m?

18. Du koherentiniai šviesos šaltiniai s_1 ir s_2 yra ore 0,15 mm atstumu vienas nuo kito (1.10 pav.). Ekranas nutolęs nuo tų šaltinių atstumu 4,8 m. Koks optinės eigos skirtumas susidaro tarp spindulių, krintančių iš šaltinių s_1 ir s_2 į ekrano tašką C, jeigu OC = 16 mm?



1.10 pav.

19. Difrakcinė gardelė statmenai apšviesta balta šviesa (bangų ilgis nuo λ_1 = 380 nm iki λ_2 = 760 nm). Koks yra pirmos eilės spektro plotis Δh ekrane, pastatytame ℓ = 3 m atstumu nuo gardelės? Gardelės konstanta d = 0,01 m.

20. Raskite didžiausią spektro eilę 589 nm bangos ilgio geltonai natrio linijai, kai difrakcinės gardelės konstanta 2 µm.

II TURAS

KINEMATIKA. DINAMIKA

Metodiniai nurodymai

Bendrosios fizikos kurso kinematikos uždaviniuose nagrinėjamas vieno ar keleto materialiųjų taškų tolyginis ir tolygiai kintamas tiesiaeigis ir kreivaeigis judėjimas (dažnai išskiriant judėjimą apskritimu), kietojo kūno sukimasis. Kinematikoje kūnų judėjimas nagrinėjamas neaiškinant judėjimo priežasčių, t. y. nevartojant nei jėgos F, nei masės m sąvokos. Visus kinematikos uždavinius galima suskirstyti į 2 grupes:

1) reikia rasti bet kurį judėjimo parametrą (greitį, pagreitį, ...), kai yra žinomas dėsnis, pagal kurį juda kūnas (tiesioginis uždavinys);

2) nustatyti judėjimo dėsnį, žinant kurį nors parametrą (atvirkštinis uždavinys).

Kaip spręsti kinematikos uždavinius? Pirmiausia, išnagrinėjus ir sutrumpintai užrašius uždavinio sąlygą, reikia nubraižyti brėžinį. Brėžinyje reikia pažymėti taško judėjimo trajektoriją, greičių ir pagreičių vektorius nurodytais laiko momentais, pažymėti sąlygoje nurodytus laiko intervalus. Po to pasirenkama atskaitos sistema (dažniausiai stačiakampė Dekarto koordinačių sistema). Jeigu nėra specialių nurodymų, koordinačių pradžia susiejama su pradiniu judėjimo tašku, o ašis Ox nukreipiama judėjimo kryptimi. Apskritai koordinačių ašis patogu nukreipti taip, kad kuo mažiau reikėtų skaidyti vektorius, t. y. kad kuo daugiau vektorių projekcijų būtų lygių nuliui. Pasirinkus atskaitos sistemą, reikia pažymėti visas judančio taško koordinates nurodytais ir ieškomaisiais laiko momentais. Greičių ir pagreičių vektoriai išskaidomi į dedamąsias Ox ir Oy ašyse ir suprojektuojami. Projekcijų ženklai nustatomi taip: jei vektorius sudaro smailųjį kampą su pasirinkta ašimi, tai jo projekcija teigiama, jei bukąjį – projekcija neigiama, jei statųjį – projekcija lygi nuliui (kampas nuskaitomas nuo ašies link vektoriaus prieš laikrodžio rodyklę). Kai ieškomojo vektoriaus projekcija iš anksto nežinoma, vektoriaus kryptis pasirenkama laisvai ir lygtyse jo projekcija užrašoma su ženklu, atitinkančiu pasirinktą kryptį. Jei atsakyme gaunamas teigiamas ženklas, tai vektoriaus dedamoji išilgai ašies nukreipta pasirinkta kryptimi. Neigiamas ženklas rodo, kad pasirinkta vektoriaus kryptis yra priešinga.

Nubraižius brėžinį, koordinačių, greičių ir pagreičių projekcijų kinematinėmis lygtimis susiejami visi naudojami dydžiai, užrašomos papildomos uždavinio sąlygos. Taigi sudaroma kinematinių lygčių sistema. Patikrinus nežinomųjų skaičių (jis turi būti lygus lygčių skaičiui), sistema išsprendžiama ieškomųjų dydžių atžvilgiu, laikantis bendrųjų nurodymų.

Trumpai aptarsime įvairių tipų kinematikos uždavinių sprendimo ypatybes:

• Kai kurių uždavinių sąlygoje duodamas ne vieno, o kelių (dažniausiai dviejų) kūnų tiesiaeigis tolyginis judėjimas atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme arba kita kokia nors atskaitos sistema. Šiais atvejais uždavinių sprendimas supaprastėja, jei visus judėjimus nagrinėsime atskaitos sistemoje, susietoje su vienu iš kūnų. Kartais tokios atskaitos sistemos parinkimas būtinas. Reikia prisiminti, kad, jei kūnas A juda kūno B atžvilgiu greičiu $\vec{v}_1$, tai, remiantis judėjimo reliatyvumu, kūnas B juda greičiu $\vec{v}_2$ kūno A atžvilgiu. Be to,

$$\vec{v}_1 = -\vec{v}_2.$$

• Jei materialusis taškas dalyvauja dviejuose judėjimuose, tai jo poslinkis $\Delta\vec{s}$ lygus vektorinei poslinkių kiekviename judėjime sumai nepriklausomai nuo to, ar vienu metu vyko tie judėjimai:

$$\Delta\vec{s} = \Delta\vec{s}_1 + \Delta\vec{s}_2.$$

Jei judėjimai vyko tuo pačiu metu, tai, padaliję abi lygties puses iš judėjimo laiko Δt, gauname:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,$$

t. y. taško greitis sudėtingame judėjime lygus vektorinei greičių sumai atskiruose judėjimuose.

• Sprendžiant uždavinius, kuriuose nagrinėjamas kūnų judėjimas vertikaliai aukštyn ir žemyn, reikia prisiminti, kad kūnas, tiek judėdamas aukštyn, tiek krisdamas žemyn, juda laisvojo kritimo pagreičiu $\vec{g}$, kurio modulis ir kryptis yra žinoma ($\vec{g}$ vektorius nukreiptas vertikaliai žemyn). Be to, kai nėra oro pasipriešinimo, kūno kilimo iki aukščiausio trajektorijos taško laikas yra lygus kritimo į pradinį tašką laikui ($t_{kil.}$ = $t_{krit.}$), o greičio modulis kritimo pabaigoje lygus pradinio greičio moduliui, tik priešingos šių vektorių kryptys ($\vec{v}_{krit} = -\vec{v}_0$).

• Nagrinėjant kampu į horizontą mestų kūnų judėjimą, atskaitos sistemos pradžią patogu susieti su išmetimo tašku, ašį *Ox* nukreipti išilgai Žemės paviršiaus, o ašį *Oy* statmenai jam. Galioja judėjimų nepriklausomumo principas, pagal kurį šį judėjimą galime nagrinėti kaip dviejų vienalaikių judėjimų *Ox* ir *Oy* ašimis sumą. Reikia nepamiršti, kad judėjimo laikas *Ox* ašimi lygus judėjimo laikui *Oy* ašimi, judėjimo greitis *Ox* ašimi, kai nėra oro pasipriešinimo, nekinta ir yra lygus pradinio greičio $\vec{v}_0$ dedamąjai *Ox* ašyje, o kūno pagreitis kiekviename trajektorijos taške pastovus ir lygus $\vec{g}$. Taigi, sprendžiant šiuos uždavinius, pirmiausia randamos pradinio greičio dedamosios ašyse *Ox* ir *Oy*, po to sudaromos skaliarinės judėjimo lygtys kiekvienai krypčiai.

• Taško judėjimo apskritimu ir kietojo kūno sukimosi aplink nejudančią ašį uždaviniai iš esmės nesiskiria nuo tiesiaeigio judėjimo uždavinių. Skirtumas tik tas, kad šiuo atveju, be bendrųjų taško kinematikos lygčių, reikia taikyti ir kampinio greičio, įcentrinio pagreičio bei kampinio poslinkio lygtis.

• Atskiras judėjimo apskritimu atvejis yra dirbtinių Žemės palydovų judėjimas. Sprendžiant šiuos uždavinius, reikia atsiminti, kad skriejantys aplink Žemę arti jos paviršiaus palydovai juda apskritimine orbita. Jų įcentrinis pagreitis lygus laisvojo kritimo pagreičiui ($a_{įc.} = g$), t. y. palydovai laisvai krinta.

• Svarbią vietą užima uždaviniai, kuriuos sprendžiant taikomi grafikai. Šiuo atveju reikia gerai žinoti elementariųjų funkcijų – tiesės, parabolės lygtis, tolygiai, tolygiai kintamai judančio kūno pagreičio, greičio, poslinkio, kelio ir koordinatės lygtis. Svarbu gerai mokėti tirti šių funkcijų grafikus.

Dinamika nagrinėja kūnų judėjimo dėsnius, atsižvelgdama į priežastis, sąlygojančias to judėjimo pobūdį.

Kūno judėjimo greitis kinta (kūnas įgyja pagreitį) arba kūnas deformuojasi, jei šį kūną veikia aplinkiniai kūnai. Šios sąveikos matas yra jėga. Jėga – vektorinis dydis. Ją apibūdina skaitinė vertė, veikimo kryptis ir veikimo taškas.

Šiame ture nagrinėjamas kūnų, į kurių matmenis duotomis sąlygomis galime neatsižvelgti, judėjimas (materialiojo taško judėjimas).

Kai materialųjį tašką veikia keletas jėgų $\vec{F}_1, \vec{F}_2 ... \vec{F}_n$, jų veikimą galima pakeisti vienos jėgos $\vec{F}$, kuri yra duotųjų jėgų atstojamoji, veikimu (***superpozicijos principas***):

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.$$

Be to, galioja jėgų veikimo ***nepriklausomumo principas***: jei kūną vienu metu veikia keletas jėgų, tai kiekvienos jėgos poveikį galima nagrinėti nepriklausomai nuo kitų jėgų.

Dinamikos pagrindas – trys Niutono dėsniai, suformuluoti materialiajam taškui, judančiam inercinėse atskaitos sistemose.

Pirmasis Niutono dėsnis. Kai materialųjį tašką veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui, taškas nejuda arba juda tiesiai ir tolygiai:
kai

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0, \; tai \; \vec{v} = const.$$

Antrasis Niutono dėsnis. Materialiojo taško judesio kiekio pokytis per laiko vienetą lygus tašką veikiančiai jėgai ir nukreiptas išilgai šios jėgos veikimo tiesės:

$$\frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F};$$

čia $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$ ir $\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$ – taško judesio kiekiai stebėjimo laikotarpio Δt pradžioje ir pabaigoje, $\vec{F}$ – jėga, veikianti tašką laiko tarpą Δt.

Jei per jėgos veikimo laiką taško masė nekinta $m_1 = m_2 = m$, tai lygtį galima užrašyti taip:

$$\vec{F} = m\vec{a};$$

čia $\vec{a}$ – taško pagreitis.

Tai yra pagrindinė materialiojo taško dinamikos lygtis.

Trečiasis Niutono dėsnis. Du kūnai veikia vienas kitą jėgomis, kurių moduliai lygūs, o kryptys priešingos:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Šios jėgos veikia skirtingus kūnus!

Sprendžiant dinamikos uždavinius patartina vadovautis tokia sprendimo tvarka:

• Nubraižome brėžinį ir pavaizduojame visas kūną veikiančias jėgas. Norint teisingai nustatyti jėgų kryptis, būtina prisiminti, kad sunkio jėga nukreipta vertikaliai į apačią; atramos reakcijos jėga, nesant trinties, statmena besiliečiantiems paviršiams jų susilietimo taške ir nukreipta kūno kryptimi; siūlo įtempimo jėga nukreipta išilgai siūlo link pakabinimo taško.

• Užrašome antrąjį Niutono dėsnį vektorine forma.

• Jei jėgos veikia ne viena tiese, tai parenkamos dvi statmenos koordinačių ašys (dvi kryptys) *Ox* ir *Oy*, esančios jėgų veikimo plokštumoje.

• Suprojektuojame visas kūną veikiančias jėgas pasirinktose koordinačių ašyse. Tada užrašome antrąjį Niutono dėsnį dviem skaliarinėmis lygtimis:

$$\sum F_x = ma_x,$$

$$\sum F_y = ma_y.$$

Jei judėjimas tiesiaeigis, tai vieną ašį (*Ox*) nukreipiame pagreičio kryptimi, o kitą ašį (*Oy*) – statmenai pagreičio krypčiai. Tada šios lygtys supaprastėja, nes $a_x = a$, $a_y = 0$ ir

$$\sum F_x = ma,$$

$$\sum F_y = 0.$$

Visų projekcijų ženklai nustatomi projekcijų rašymo taisyklėmis.

• Materialiajam taškui tolygiai judant R spindulio apskritimu antrasis Niutono dėsnis

$$\sum F_i = ma_{ic};$$

čia $\sum F_i$ – jėgų projekcijų (apskritimo spindulio kryptimi) suma, $a_{įc} = \dfrac{v^2}{R} = \omega^2 R$ – įcentrinis taško pagreitis, v – linijinis greitis, ω – kampinis greitis.

• Jei uždavinyje nagrinėjamos surištosios sistemos, tai judėjimo lygtis užrašome kiekvienam kūnui atskirai. Jei reikia, užrašomos kinematinės lygtys, susiejančios atskirų sistemos kūnų judėjimo pagreičius. Kai kūnai surišti nesvariu siūlu, tai siūlo įtempimas yra vienodas visame siūlo ilgyje.

• Išsprendžiame gautą lygčių sistemą ir gauname galutinį raidinį atsakymą.

• Apskaičiuojame rezultato skaitinę vertę ir išanalizuojame rezultatą.

Pagrindinės formulės:

• Kinematinės materialiojo taško judėjimo lygtys koordinatine forma:

$$x = x(t),$$

$$y = y(t),$$

$$z = z(t).$$

Šios lygtys gali būti pakeistos viena vektorine lygtimi:

$$\vec{s} = \vec{s}(t).$$

• Vidutinis greitis:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t};$$

čia $\Delta\vec{s}$ – materialiojo taško poslinkis per laiką Δt.

• Vidutinis judėjimo greitis (skaliarinis dydis):

$$v_{vid} = \frac{\Delta\ell}{\Delta t};$$

čia $\Delta\ell$ – taško nueitas kelias per laiką Δt. Bendru atveju $\Delta\ell \geq |\Delta\vec{s}|$, todėl

$$v_{vid} \geq |\vec{v}|.$$

• Vidutinis pagreitis:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t};$$

čia $\Delta\vec{v}$ – taško greičio pokytis per laiką Δt.

• Įcentrinio pagreičio modulis:

$$a_{įc} = \frac{v^2}{R};$$

čia R – trajektorijos kreivumo spindulys nagrinėjamame trajektorijos taške.

• Tiesiaeigio tolyginio judėjimo atveju (v = $const$, a = 0) kinematinė judėjimo lygtis:

$$x = x_o + vt;$$

čia x – taško koordinatė bet kuriuo laiko momentu, x_0 – pradinė koordinatė.

• Tiesiaeigio tolygiai kintamo judėjimo atveju (a = $const$) kinematinė judėjimo lygtis:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

čia v_0 – pradinis judėjimo greitis.

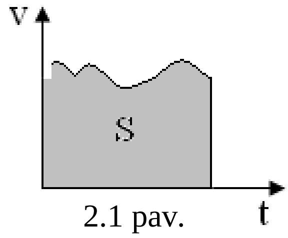
Jei $a > 0$, tai judėjimas tolygiai greitėjantis.

Jei $a < 0$, tai judėjimas tolygiai lėtėjantis.

• Tolygiai kintamo judėjimo atveju taško greitis:

$$v = v_0 + at.$$

• Jei žinoma greičio priklausomybė nuo laiko $v = v(t)$, tai kreivės $v = v(t)$ apribotas plotas savo skaitine verte lygus nueitam keliui:



2.1 pav.

• Jei žinoma pagreičio priklausomybė nuo laiko, tai kreivės $a = a(t)$ apribotas plotas savo skaitine verte lygus greičiui.

• Kampinio greičio modulis:

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

čia T – sukimosi periodas – vieno pilno apsisukimo laikas.

• Sukimosi dažnis:

$$\upsilon = \frac{1}{T}.$$

• Ryšys tarp linijinio ir kampinio greičio:

$$v = \omega R.$$

• Antrasis Niutono dėsnis pastovios masės materialiajam taškui:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a};$$

čia $\sum \vec{F}$ – tašką veikiančių jėgų atstojamoji, m – taško masė, $\vec{a}$ – taško pagreitis.

• Rimties trinties jėgos F_{tr} modulis randamas:

$$F_{tr} = \mu N;$$

čia μ – rimties trinties koeficientas, būdingas besiliečiančių paviršių porai, N – normalinio slėgimo jėga.

Kai kūno judėjimo greitis mažas, tai pagal šią lygtį apskaičiuojama ir slydimo trinties jėga, nes slydimo trinties koeficientas mažai skiriasi nuo rimties trinties koeficiento.

• Visuotinės traukos dėsnis. Du materialieji taškai (vienalyčiai rutuliai) traukia vienas kitą jėga, tiesiog proporcinga jų masių sandaugai ir atvirkščiai proporcinga atstumo tarp jų (jų centrų) kvadratui:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2},$$

čia $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (N · m^2)/kg^2 – gravitacijos konstanta.

• Jėga, kuri atsiranda kūnų deformacijos metu ir priešinasi jų formos ir tūrio kitimui, vadinama tamprumo jėga:

$$\left|F_{tampr}\right| = k \cdot \Delta x;$$

čia k – tamprumo koeficientas (spyruoklės atveju – standumas), Δx – absoliutinis pailgėjimas arba sutrumpėjimas.

• Kiekvieną kūną, esantį skystyje (dujose), veikia išstumiančioji jėga (Archimedo jėga), skaitine verte lygi išstumto skysčio (dujų) svoriui:

$$F_A = \rho_0 g V;$$

čia ρ_0 – skysčio (dujų) tankis, V – išstumto skysčio (dujų) tūris, skaitine verte lygus panirusios kūno dalies tūriui.

• Materialiųjų taškų sistemos masių centro koordinatės:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i};$$

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i};$$

$$z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}.$$

• Uždaroje sistemoje masių centras arba juda tiesiai ir tolygiai, arba yra rimtyje.

Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1 pavyzdys

***L* ilgio tanklaivis plaukia tiesiai ir tolygiai ramioje jūroje. Nuo jo galo į priekį pradeda plaukti valtis pastoviu greičiu v_1. Pasiekusi tanklaivio priekį valtis apsisuka ir tuo pačiu greičiu grįžta į laivo galą. Plaukiodama pirmyn ir atgal valtis sugaišta laiką *t*. Kokiu greičiu *v* plaukia tanklaivis?**

v	L
	v_1
	t

Tegul nuo tanklaivio galo iki priekio valtis plaukia laiką t_1:

$$t_1 = \frac{L+\ell}{v_1}\ , \qquad (1)$$

čia $\ell = vt_1$ – tanklaivio nuplauktas atstumas per laiką t_1.

$$t_1 = \frac{L+vt_1}{v_1}.$$

Iš čia

$$t_1 = \frac{L}{v_1 - v}. \qquad (2)$$

Grįžtant atgal, sugaištas laikas t_2:

$$t_2 = \frac{L-vt_2}{v_1}\ .$$

Ir

$$t_2 = \frac{L}{v_1 + v}. \qquad (3)$$

Pagal sąlygą $t_1 + t_2 = t$ (4). Į (4) lygtį įrašome (2) ir (3) lygtis:

$$t = \frac{L}{v_1 - v} + \frac{L}{v_1 + v}.$$

Iš čia:

$$v = \sqrt{\frac{v_0(v_0 t - 2L)}{t}}\ .$$

Atsakymas: $v = \sqrt{\dfrac{v_0(v_0 t - 2L)}{t}}$.

2 pavyzdys

Kūnas pradeda laisvai kristi be pradinio greičio. Palyginkite vidutinius judėjimo greičius antrojoje ir pirmojoje kelio pusėje.

$\dfrac{v_{vid2}}{v_{vid1}}$	$v_0 = 0$ g

Tegu kūnas krinta iš h aukščio. Kadangi judėjimas tolygiai kintamas, tai žinome, kad vidutinis judėjimo greitis:

$$v_{vid} = \frac{v_0 + v_g}{2},$$

čia v_0 – pradinis greitis, v_g – galinis greitis.

Vidutinis judėjimo greitis pirmojoje kelio pusėje:

$$v_{vid1} = \frac{v}{2} \qquad (1)$$

($v_0 = 0$, v – greitis pusiaukelėje).

$$v = gt_1, \qquad (2)$$

čia t_1 – judėjimo laikas pirmojoje kelio pusėje.

Be to: $$\frac{h}{2} = \frac{gt_1^2}{2},$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{h}{g}}. \qquad (3)$$

(3) lygtį įrašę į (2) gauname:

$$v = \sqrt{gh}. \qquad (4)$$

(4) lygtį įrašome į (1):

$$v_{vid1} = \frac{\sqrt{gh}}{2}. \qquad (5)$$

Vidutinis greitis antrojoje kelio pusėje:

$$v_{vid2} = \frac{v + v_g}{2}, \qquad (6)$$

čia $v_g = gt$ (7) – kūno greitis judėjimo pabaigoje, t – judėjimo laikas.

Rasime judėjimo laiką:

$$h = \frac{gt^2}{2},$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (8)$$

(3), (7), (8) įrašome į (6) ir gauname:

$$v_{vid2} = \frac{\sqrt{gh} + \sqrt{2gh}}{2}. \qquad (9)$$

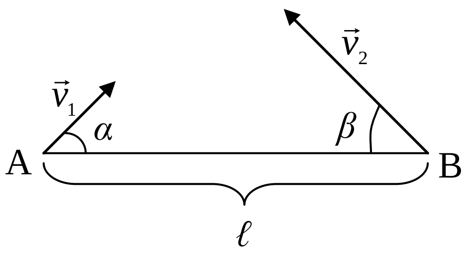
(9) lygtį padalijame iš (5):

$$\frac{v_{vid2}}{v_{vid1}} = 1 + \sqrt{2}.$$

Atsakymas: $\frac{v_{vid2}}{v_{vid1}} = 1 + \sqrt{2}$.

3 pavyzdys

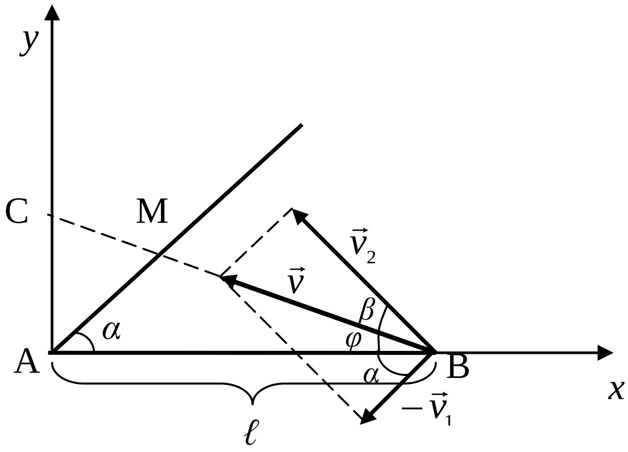
Iš dviejų uostų A ir B, atstumas tarp kurių lygus ℓ, tuo pačiu metu išplaukia du laivai (2.2 pav.). Pirmasis plaukia pastoviu greičiu $\vec{v}_1$, antrasis – greičiu $\vec{v}_2$. Greičio vektorius $\vec{v}_1$ sudaro α kampą, o vektorius $\vec{v}_2$ – kampą β su atkarpa AB. Koks bus mažiausias atstumas tarp laivų?



2.2 pav.

Uždavinys yra gana sunkus ir reikalauja tam tikro matematinio žinių taikymo. Kas yra susipažinęs su išvestinėmis, gali pabandyti šį uždavinį išspręsti taikydamas būtent šias matematines žinias. Tačiau yra ir paprastesnis būdas šį uždavinį išspręsti.

Susiekime atskaitos sistemą su pirmuoju laivu. Tokioje atskaitos sistemoje pirmasis laivas nejuda, o antrasis Žemės atžvilgiu juda greičiu $\vec{v}_2$, o pirmojo laivo atžvalgiu – greičiu $\vec{v}_1$. Todėl bendras antrojo laivo greitis tokioje atskaitos sistemoje $\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.



2.3 pav.

Antrasis laivas judės išilgai tiesės BC ir trumpiausias atstumas tarp laivų bus atstumas AM – statmuo, nubrėžtas iš taško A į tiesę BC.

Iš brėžinio (2.3 pav.)

$$AM = \ell_{\min} = \ell \sin\varphi. \qquad (1)$$

Suprojektuojame vektorių $\vec{v}$ į pasirinktą ašį y (jo projekcija lygi vektorių $\vec{v}_2$ ir $\vec{v}_1$ projekcijų sumai į tą pačią ašį)

$$v \sin\varphi = v_2 \sin\beta - v_1 \sin\alpha\,.$$

Pagal kosinusų teoremą:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\alpha+\beta)}\,.$$

Todėl

$$\sin\varphi = \frac{v_2 \sin\beta - v_1 \sin\alpha}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\alpha+\beta)}}\,. \qquad (2)$$

(2) lygtį įrašome į (1):

$$\ell_{\min} = \frac{\ell(v_2 \sin\beta - v_1 \sin\alpha)}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\alpha+\beta)}}\,.$$

Atsakymas: $\ell_{\min} = \dfrac{\ell(v_2 \sin\beta - v_1 \sin\alpha)}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2\cos(\alpha+\beta)}}\,.$

4 pavyzdys

Nuo M = 10^6 kg masės traukinio, važiuojančio horizontaliu keliu pastoviu greičiu, atsikabina paskutinysis m = $4 \cdot 10^4$ kg masės vagonas. Vagonas juda tolygiai lėtėdamas ir sustoja nuvažiavęs s = 200 m kelią. Kokį kelią nuvažiuos traukinys per vagono judėjimo laiką? Traukinio greitis visą judėjimo laiką išlieka pastovus. Pasipriešinimo jėga proporcinga sunkio jėgai.

s_1	$M = 10^6$ kg $m = 4 \cdot 10^4$ kg $s = 200$ m

Kadangi traukinio greitis nekinta, tai jo nuvažiuotas kelias:

$$s_1 = v_0 t, \tag{1}$$

čia v_0 – traukinio greitis (greitis, kuriuo traukinys važiavo iki vagono atsikabinimo), t – vagono judėjimo laikas.

Kadangi vagono judėjimas tolygiai lėtėjantis, tai

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}, \tag{2}$$

ir

$$v = v_0 - at.$$

Kadangi vagonas sustoja, tai v = 0, todėl

$$v_0 = at.$$

$$a = \frac{v_0}{t}. \tag{3}$$

(3) lygtį įrašę į (2) gauname:

$$s = \frac{v_0 t}{2},$$

$$t = \frac{2s}{v_0}. \tag{4}$$

(4) lygtį įrašome į (1):

$$s_1 = 2s$$

$$s_1 = 400 \text{ m.}$$

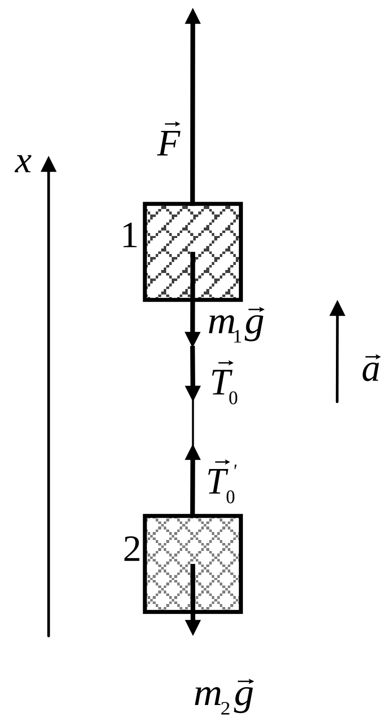
Atsakymas: s_1 = 400 m.

5 pavyzdys

Prie m_1 = 7 kg masės kūno virve pririštas m_2 = 5 kg masės kūnas. Pirmąjį kūną veikia vertikaliai aukštyn nukreipta F = 200 N jėga. Apskaičiuokite virvės įtempimo jėgą viršutiniame, viduriniame ir apatiniame taške, jei:

1) **virvės masės galime nepaisyti.**
2) **virvės masė m = 4 kg.**

T_1	$m_1 = 7$ kg
T_2	$m_2 = 5$ kg
T	$m = 4$ kg
	$F = 200$ N



2.4 pav.

1) Jei virvės masės galima nepaisyti, tai virvės įtempimas bet kurioje vietoje yra vienodas. Pažymime jėgas, veikiančias krovinius (2.4 pav.).

Pirmąjį krovinį veikia jėga $\vec{F}$, sunkio jėga $m_1\vec{g}$, virvės įtempimo jėga $\vec{T}_0$.

Antrąjį krovinį veikia sunkio jėga $m_2\vec{g}$ ir virvės įtempimo jėga T_0'.

Kadangi $m_1g + m_2g < F$, tai kroviniai juda su pagreičiu. Pagal II Niutono dėsnį abiem kroviniams užrašome:

$$\vec{F} + m_1\vec{g} + \vec{T}_0 = m_1\vec{a},$$

$$\vec{T}_0' + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktą ašį:

$$F - m_1g - T_0 = m_1a,$$

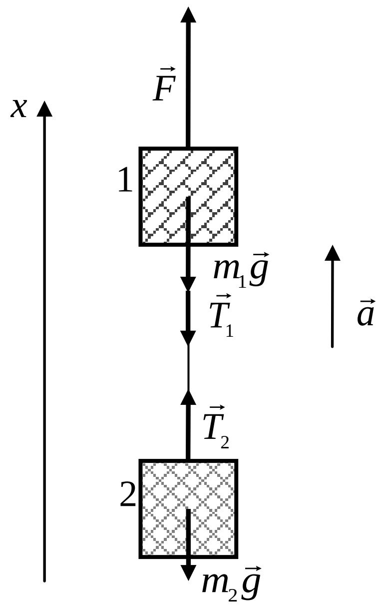
$$T_0' - m_2g = m_2a.$$

Pagal III Niutono dėsnį $T_0 = T_0'$. Iš šių lygčių (galima lygtis padalyti):

$$T_0 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot F.$$

$T_0 = 83{,}3\text{N}.$

2) Pavaizduokime krovinius veikiančias jėgas, kai virvės masė m (2.5 pav.). Šiuo atveju virvės įtempimas skirtinguose skerspjūviuose bus skirtingas. Pirmąjį krovinį veikia jėga $\vec{F}$, sunkio jėga $m_1\vec{g}$, virvės įtempimo jėga $\vec{T}_1$; antrąjį – sunkio jėga $m_2\vec{g}$ ir virvės įtempimo jėga $\vec{T}_2$. Kadangi $m_1 g + m_2 g + mg < F$, tai kūnai juda su pagreičiu.



2.5 pav.

Pagal II Niutono dėsnį:

$$\vec{F} + \vec{T}_1 + m_1\vec{g} = m_1\vec{a}.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktą ašį:

$$F - T_1 - m_1 g = m_1 a. \qquad (1)$$

Visus kūnus galime nagrinėti kaip vieną sistemą:

$$\vec{F} + (m_1 + m_2 + m)\vec{g} = (m_1 + m_2 + m)\vec{a}.$$

Arba projekcijomis:

$$F - (m_1 + m_2 + m)g = (m_1 + m_2 + m)a.$$

Iš čia:

$$a = \frac{F - (m_1 + m_2 + m)g}{m_1 + m_2 + m}. \qquad (2)$$

(2) lygtį įrašę į (1), gauname:

$$T_1 = \frac{m_2 + m}{m_1 + m_2 + m} \cdot F.$$

$$T_1 = 112{,}5\text{N}.$$

Antrajam kūnui:

$$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}.$$

Projekcijoms:

$$T_2 - m_2 g = m_2 a. \qquad (3)$$

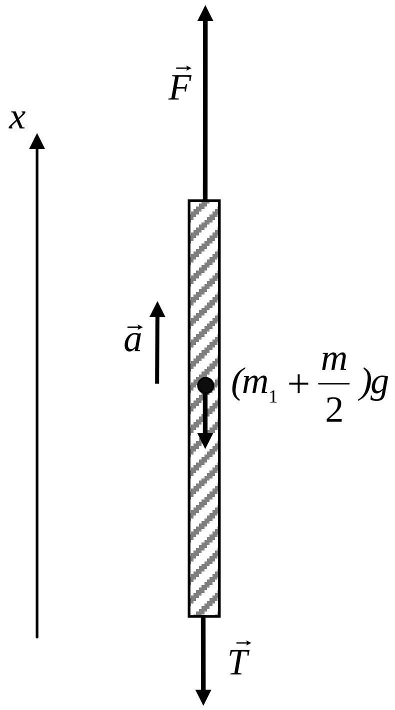
Į (3) lygtį įrašę (2), gauname:

$$T_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2 + m} \cdot F .$$

$$T_2 = 62{,}5\text{N} .$$

Norėdami surasti įtempimą virvės viduryje, suskaidykime ją į dvi dalis.

Pirmąją dalį, kurios masė $(m_1 + \frac{m}{2})$, veikia jėga $\vec{F}$, sunkio jėga $(m + \frac{m}{2})\vec{g}$ ir ieškomoji jėga $\vec{T}$ (2.6 pav.).



2.6 pav.

Pagal II Niutono dėsnį $\vec{F} + (m_1 + \frac{m}{2})\vec{g} + \vec{T} = (m_1 + \frac{m}{2})\vec{a}$.

Projekcijoms:

$$F - (m_1 + \frac{m}{2})g - T = (m_1 + \frac{m}{2})a . \qquad (4)$$

Į (4) lygtį įrašę (2), gauname:

$$T = \frac{m_2 + \frac{m}{2}}{m_1 + m_2 + m} \cdot F .$$

$$T = 87{,}5\,\text{N}.$$

Atsakymas: $T = 87{,}5$ N.

6 pavyzdys

Lėktuvas atlieka *R* = 200 m spindulio „mirties kilpą“ skrisdamas *v* = 100 m/s greičiu. Kokią perkrovą patiria lakūnas žemiausiame trajektorijos taške? (Perkrova tai lakūno svorio žemiausiame taške santykis su lakūno svoriu rimtyje).

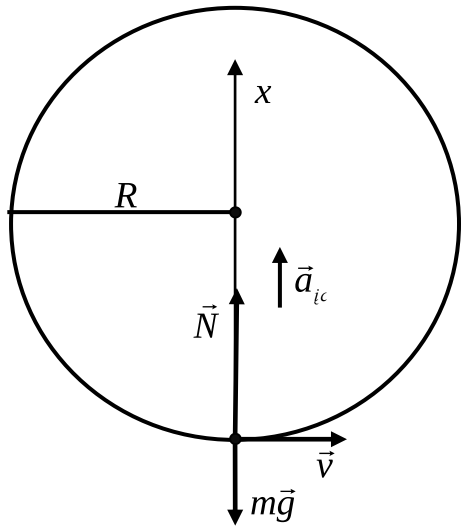
$\frac{p}{P_0}$	R = 200 m v = 100 m/s g = 10 m/s^2

Lakūno svoris rimtyje

$$P_0 = mg\,, \tag{1}$$

čia m – lakūno masė.

Lakūną žemiausiame trajektorijos taške veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir sėdynės atramos reakcijos jėga $\vec{N}$. Šių jėgų veikiamas lakūnas (kartu su lėktuvu) juda R spindulio apskritimu (2.7 pav.). Pagal II Niutono dėsnį.



2.7 pav.

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{įc}\,.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktą ašį (žinome, kad $a_{įc} = \dfrac{v^2}{R}$):

$$\text{X: } N - mg = m\frac{v^2}{R}\,.$$

$$N = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right).$$

Pagal III Niutono dėsnį $N = P$.

$$P = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right). \tag{2}$$

Iš (1) ir (2) lygčių:

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{v^2}{gR}\,.$$

$$\frac{P}{P_0} = 6\,.$$

Atsakymas: $\dfrac{P}{P_0} = 6\,.$

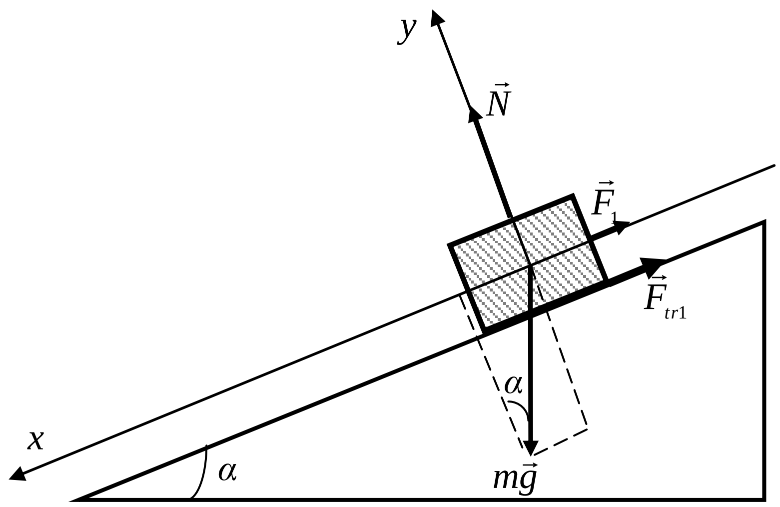
7 pavyzdys

Padėtas ant nuožulniosios plokštumos, kūnas slysta. Palyginkite jėgas, kuriomis reikia veikti kūną, norint jį sulaikyti vietoje, norint jį užtemti į viršų pastoviu greičiu. Jėgos nukreiptos išilgai nuožulniosios plokštumos. Plokštumos pasvirimo kampas *α*, trinties koeficientas tarp plokštumos ir kūno *μ*.

$\dfrac{F_1}{F_2}$	α μ

Nubraižome brėžinius, pažymime veikiančias jėgas. Abiem atvejais kūną veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, trinties jėga $\vec{F}_{tr}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}$. Norint sulaikyti kūną ant plokštumos, reikia jį veikti jėga $\vec{F}_1$, norint užtempti – $\vec{F}_2$.

Kūnas nejuda (2.8 pav.):



2.8 pav.

Pagal II Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{tr1} = 0$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktas ašis:

$$x\text{: } mg\sin\alpha - F_1 - F_{tr1} = 0. \qquad (1)$$

Žinome:

$$F_{tr1} = \mu N. \qquad (2)$$

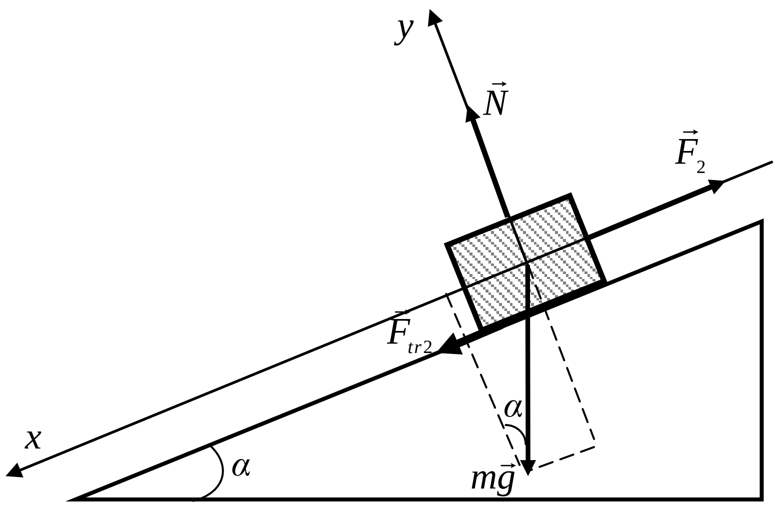
$$y\text{: } N - mg\cos\alpha = 0,$$

$$N = mg\cos\alpha. \qquad (3)$$

(3) ir (2) lygtis įrašę į (1):

$$F_1 = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha). \qquad (4)$$

Kūną tempiant į viršų (2.9 pav.):



2.9 pav.

Pagal II Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_2 + \vec{F}_{tr2} = 0.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktas ašis:

$$x\text{: } mg\sin\alpha + F_{tr2} - F_2 = 0, \tag{5}$$

$$F_{tr2} = \mu N. \tag{6}$$

$$y\text{: } N - \mu mg\cos\alpha = 0. \tag{7}$$

Iš (5), (6), (7) lygčių:

$$F_2 = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). \tag{8}$$

(7) lygtį padaliję iš (8), gauname:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}.$$

arba

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{tg\alpha - \mu}{tg\alpha + \mu}.$$

Atsakymas: $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{tg\alpha - \mu}{tg\alpha + \mu}.$

II TURO UŽDUOTYS

1. ℓ = 65 m ilgio laivas plaukia upe pastoviu greičiu. Garso signalas, pasiųstas iš laivo vidurio, laivo priekį pasiekia per laiką t_1 = 0,101 s, o laivo galą – per laiką t_2 – 0,095 s. Koks garso greitis ore? Vėjo nėra. Rezultatą pateikite vienetų tikslumu.

2. Pirmasis traukinys pirmąją pusę kelio nuvažiavo greičiu v, o antrąją greičiu nv (n – skaičius). Kitas traukinys pusę laiko važiavo greičiu v, o kitą pusę laiko – greičiu nv. Koks vidutinių judėjimo greičių santykis?

3. Kūnas pradeda be trinties slysti nuo nuožulniosios plokštumos. Kiek kartų skiriasi kūno greitis nuožulniosios plokštumos viduryje ir pabaigoje?

4. Atstumas tarp dviejų jūros uosto prieplaukų A ir B yra ℓ = 1 km. Iš jų tuo pačiu metu išplaukia du laivai. Laivų greitis vandens atžvilgiu v_1 = 10 m/s ir v_2 = 5 m/s. Greičio vektoriai sudaro α = 45° kampą su atkarpa AB. Laivų judėjimas tiesiaeigis tolyginis. Raskite mažiausią atstumą tarp laivų.

5. Kūnas pradeda laisvai kristi be pradinio greičio ir per paskutiniąją judėjimo sekundę nuskrieja kelią h_1. Kiek iš viso laiko t krito kūnas? Ir kokio aukščio h krito kūnas? Koks buvo kūno greitis v pusiaukelėje?

6. Nepilotuojama raketa pradeda kilti nuo žemės paviršiaus be pradinio greičio vertikaliai į viršų. Varikliai raketai suteikia pastovų a = 40 m/s^2 pagreitį. Po laiko τ = 30 s varikliai išsijungia. Po kiek laiko t nuo judėjimo pradžios raketa nukris ant žemės?

7. Pirmasis kūnas pradeda laisvai kristi be pradinio greičio iš aukščio h virš žemės paviršiaus. Kokiu greičiu v_2 reikia mesti antrąjį kūną, kad jis pasiektų žemės paviršių laiku τ greičiau nei pirmasis?

8. Akmuo metamas kampu į horizontą nuo h = 10 m aukščio bokšto. Po t = 2 s akmuo nukrinta ant žemės ℓ =3 m atstumu nuo bokšto papėdės. Kokiu kampu buvo išmestas kūnas? Oro pasipriešinimo nėra.

9. Kūnas metamas v_0 pradiniu greičiu, α kampu į horizontą. Nubraižykite greičio y kryptimi (vertikaliąja kryptimi) v_y priklausomybės nuo laiko $v_y = v_y(t)$, nuo pakilimo aukščio $v_y = v_y(y)$, nuo lėkio nuotolio $v_y = v_y(x)$ grafikus. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

10. Daržui laistyti naudojama r vidinio spindulio žarna. Siaura vandens srovė nukreipiama α kampu į horizontą. Koks vandens srovės spindulys R aukščiausiame trajektorijos taške? Vanduo veržiasi pastoviu greičiu. Tarkite, kad srovė ore neišsisklaido į lašus. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

11. Kūną veikia dvi vienodo dydžio jėgos $F_1 = F_2 = 10$ N. Atstojamosios jėgos dydis $F = 17$ N. Apskaičiuokite kampą tarp jėgų.

12. Jokūbas, laikydamas lėktuvėlį už virvutės, čia suka jį horizontalioje plokštumoje. Lėktuvėlio įcentrinis pagreitis a. Greičiui padidėjus n kartų, siūlo įtempimo jėga padidėjo dydžiu ΔF. Kokia lėktuvėlio masė?

13. Vienalyčio strypo galus (išilgai strypo) veikia dvi priešingos krypties jėgos F_1 ir F_2. Koks bus strypo įtempimas skerspjūvyje, kuris dalija strypą santykiu 1:2? Išnagrinėkite atvejus:

a) $F_1 = F_2 = 50$ N,

b) $F_1 = 50$ N, $F_2 = 80$ N.

14. Prie nesvaraus siūlo pakabintas m masės krovinys. Siūlas pradedamas tempti taip, kad sudaro α kampą su horizontale. Kokio dydžio bus siūlo įtempimo jėga, jei krovinys juda horizontaliai? Koks krovinio pagreitis?

15. Per skridinį permestas siūlas, kurio viename gale pririštas m masės krovinėlis. Prie kito galo pririšamas krovinėlis, kurio masę m_x galima keisti. Krovinėliams leidžiama judėti. Nubraižykite krovinėlių pagreičio priklausomybės nuo antrojo krovinėlio masės m_x grafiką. Skridinio ir siūlo masės, trinties ir oro pasipriešinimo jėgos nepaisykite.

16. Kūnas metamas vertikaliai į viršų. Kaip kinta kūno pagreitis viso judėjimo metu, jei:

1) oro pasipriešinimo nėra,

2) oro pasipriešinimas yra ir oro pasipriešinimo jėga tiesiog proporcinga greičiui?

17. Nuo $M = 10^6$ kg masės traukinio, važiuojančio horizontaliu keliu pastoviu greičiu, atsikabina paskutinysis $m = 4 \cdot 10^4$ kg masės vagonas. Vagonas juda tolygiai lėtėdamas ir sustoja nuvažiavęs $s = 200$ m kelią. Kokį kelią nuvažiuos traukinys per vagono judėjimo laiką? Traukinio traukos jėga visą laiką nekinta. Pasipriešinimo jėga proporcinga sunkio jėgai.

18. Stovintis ant horizontalios plokštumos m masės kūnas pradeda judėti veikiamas horizontalios jėgos F. Po laiko t jėga nustoja veikti. Kokį kelią nuo judėjimo pradžios iki sustojimo nuėjo kūnas? Trinties koeficientas tarp plokštumos ir kūno μ.

19. Trinties koeficientas tarp nuožulniosios plokštumos ir kūno μ = 0,4. Kokiam nuožulniosios plokštumos pasvirimo kampui esant kūnas pradės slysti nuožulniąja plokštuma?

20. Pastumtas nuožulniąja plokštuma į viršų, kūnas kilo jo laiką t_1, po to stabtelėjo ir nuslydo atgal į tą pačią vietą. Trinties koeficientas tarp plokštumos ir kūno μ, plokštumos pasvirimo kampas $\alpha = 45°$. Kiek laiko t_2 kūnas judėjo žemyn?

III TURAS

MECHANINIS DARBAS. ENERGIJA

Metodiniai nurodymai

m masės kūno, judančio greičiu $\vec{v}$, judėjimo (judesio) kiekis (impulsas) yra vektorinis dydis:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \qquad (3.1)$$

Todėl antrąjį Niutono dėsnį galima užrašyti taip:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t} = \frac{\Delta\vec{p}}{t}. \qquad (3.2)$$

Dydis $\vec{F} \cdot t$ vadinamas jėgos impulsu, čia t – jėgos veikimo laikas, $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ – kūno judėjimo kiekio pokytis.

Kūnų sistemos judėjimo kiekis lygus sistemą sudarančių kūnų judėjimo kiekių vektorinei sumai:

$$\vec{p}_{sist.} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n; \qquad (3.3)$$

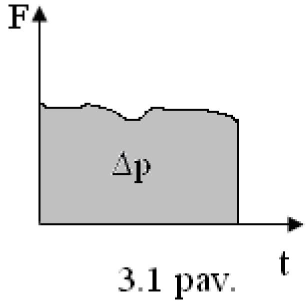
čia n – sistemą sudarančių kūnų skaičius.

Jeigu sąveikaujančių kūnų sistemą dar veikia išorinės jėgos (pvz.: trinties, elektrinės arba magnetinės), tai bendras sistemos judėjimo kiekio pokytis aprašomas lygybe:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta(m_i\vec{v}_i) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i t; \qquad (3.4)$$

čia $\Delta m_i\vec{v}_i$ – kiekvieno sistemos kūno judėjimo kiekio pokytis dėl išorinės jėgos $\vec{F}_i$ poveikio, $\vec{F}_i t$ – tos jėgos impulsas.

Jei kūną veikia kintama jėga, tai judėjimo kiekio pokytį galima apskaičiuoti grafiškai. Funkcijos $F = F(t)$ kreivės apribotas plotas savo skaitine verte lygus judėjimo kiekio pokyčiui Δp (3.1 pav.).



3.1 pav.

Kai išorinės jėgos nėra, galioja ***judėjimo kiekio tvermės dėsnis***: uždaros sistemos judėjimo kiekis yra pastovus dydis:

$$\vec{p}_{sist.} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = const. \tag{3.5}$$

Jeigu sistemą sudaro du sąveikaujantys kūnai, tai judėjimo kiekio tvermės dėsnį užrašome taip:

a) kai sąveika tamprioji, t. y. kai kūnai po sąveikos juda atskirai:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2; \tag{3.6}$$

čia $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$ – kūnų greičiai prieš sąveiką, $\vec{u}_1$ ir $\vec{u}_2$ – kūnų greičiai po sąveikos;

b) kai sąveika netamprioji (plastinė), t. y. kai kūnai po sąveikos juda kartu:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}; \tag{3.7}$$

čia $\vec{u}$ – kartu judančių kūnų greitis po sąveikos.

Pastoviosios jėgos $\vec{F}$ atliekamas ***darbas***

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\alpha; \tag{3.8}$$

čia $\vec{s}$ – poslinkio vektorius, α – kampas tarp jėgos $\vec{F}$ ir poslinkio $\vec{s}$ krypties.

Jeigu $\alpha < \frac{\pi}{2}$, tai $A > 0$, jeigu $\alpha = \frac{\pi}{2}$, tai $A = 0$, jeigu $\alpha > \frac{\pi}{2}$, tai $A < 0$.

Pagal šią formulę galima apskaičiuoti ir kintamosios jėgos darbą, jeigu žinoma jėgos vidutinė vertė per judėjimo laiką. Elementariosios matematikos metodais F_{vid} galima apskaičiuoti tik paprasčiausiais atvejais, kai jėgos $\vec{F}$ modulis kinta proporcingai poslinkiui $\vec{s}$, t. y. kai

$$\vec{F} = k \cdot \vec{s}; \tag{3.9}$$

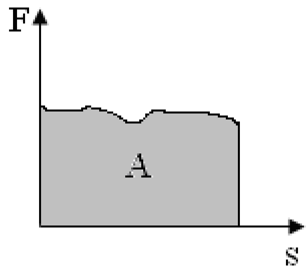
čia k – proporcingumo koeficientas. Pavyzdžiui, pagal šį dėsnį kinta jėga, kuria tampri spyruoklė veikia ją suspaudžiančius arba ištempiančius kūnus. Taip pat

Archimedo jėga panyrant arba išnyrant taisyklingos formos kūnui. Šiais atvejais kintamosios jėgos vidutinė vertė:

$$F_{vid} = \frac{F_1 + F_2}{2}; \qquad (3.10)$$

čia F_1 – jėgos vertė poslinkio pradžioje, F_2 – jėgos vertė poslinkio pabaigoje.

Kintamosios jėgos darbą galima apskaičiuoti grafiškai, jei žinomas jėgos kitimo dėsnis. Funkcijos $F = F(s)$ kreivės ribojamas plotas skaitine verte lygus jėgos atliktam darbui (3.2 pav.).



3.2 pav.

Darbas, pakeliant m masės kūną gravitacijos lauke, lygus

$$A = mgh_c; \qquad (3.11)$$

čia h_c – kūno masės centro pakilimo aukštis.

Kampu α į poslinkio kryptį nukreiptos pastoviosios jėgos $\vec{F}$ galia

$$N = \frac{A}{t}; \qquad (3.12)$$

$$N = F\frac{s}{t}\cos\alpha = Fv\cos\alpha; \qquad (3.13)$$

čia v – kūno greičio modulis.

Jeigu sprendžiant uždavinius reikia apskaičiuoti galios vidutinę vertę, tai v yra vidutinis kūno judėjimo greitis. Jeigu reikia apskaičiuoti momentinę galią, tai v – momentinė greičio vertė. Maksimali ir minimali galia yra momentinės galios atvejai.

Mechanizmo naudingumo koeficientas:

$$\eta = \frac{A_n}{A_v}, \qquad (3.14)$$

$$\eta = \frac{N_n}{N_v}, \qquad (3.15)$$

$$\eta = \frac{E_n}{E_v};\tag{3.16}$$

čia A_n (N_n ,E_n) – mechanizmo naudingas darbas (galia, energija), A_v (N_v ,E_v) – visas atliktas darbas (vartojama galia, energija).

Mechaninė energija (E) – dydis, kuris parodo, kokį didžiausią darbą gali atlikti kūnas (kūnų sistema), pakitus jo mechaninei būsenai. Mechaninė energija skirstoma į kinetinę ir potencinę.

m masės kūno, judančio greičiu $\vec{v}$, kinetinė energija:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.\tag{3.17}$$

Tampriai deformuotas kūnas (pvz., suspausta arba ištempta spyruoklė) turi potencinės energijos:

$$E_p = \frac{kx^2}{2};\tag{3.18}$$

čia k – standumo koeficientas, x – absoliutinis spyruoklės pailgėjimas arba sutrumpėjimas.

m_1 ir m_2 masės kūnų, esančių atstumu R vienas nuo kito, gravitacinės sąveikos potencinė energija:

$$E_p = G\frac{m_1 m_2}{R};\tag{3.19}$$

čia G – gravitacijos konstanta, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}$.

m masės kūnas, esantis aukštyje h virš Žemės paviršiaus (virš nulinio lygmens), turi potencinės energijos:

$$E_p = mgh.\tag{3.20}$$

Kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija lygi visų sistemą sudarančių kūnų kinetinės ir potencinės energijų sumai:

$$E_{piln.} = \sum E_k + \sum E_p.\tag{3.21}$$

Kūnų kinetinės energijos sudedamos aritmetiškai, nes jos nepriklauso nuo judėjimo krypties. Potencinė energija priklauso nuo parinkto atskaitos lygmens. Potencinė energija gali būti teigiama ar neigiama.

Energijos tvermės dėsnis: uždaros kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija nekinta, jei ji nevirsta kitų rūšių energija.

$$E_{piln.} = const. \qquad (3.22)$$

Jei sistema nėra uždara, t. y. kūną (arba kūnų sistemą) veikia išorinės jėgos, tai mechaninės energijos tvermės dėsnis negalioja. Tada sistemos pilnutinės mechaninės energijos pokytis lygus išorinių jėgų, veikiančių sistemą, atliktam darbui:

$$\Delta E = A. \qquad (3.23)$$

Sprendžiant tvermės dėsnių uždavinius, siūlome laikytis tokios tvarkos:

1. Išsiaiškinkite, kas duota sąlygoje ir ką reikia rasti.
2. Sudarykite sąlygos lentelę.
3. Nubrėžkite brėžinį, pažymėkite visus duotus ir ieškomus dydžius (judėjimo kiekio arba greičio vektorius), pažymėkite koordinačių ašis.
4. Išsiaiškinkite, ar kūnų sistema uždara.
5. Parašykite judėjimo kiekio ir energijos tvermės dėsnius.
6. Parašykite dėsnių lygtis skaliariškai (suprojektuokite į pasirinktą kryptį).
7. Užrašykite trūkstamas lygtis.

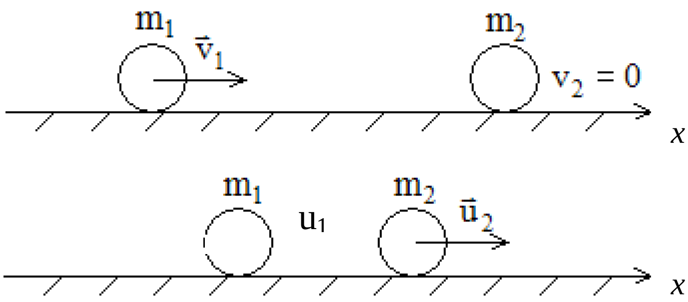
Išspręskite uždavinį, patikrinkite ir įvertinkite atsakymą.

Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1 pavyzdys

m_1 masės rutulys rieda v_1 greičiu horizontaliu paviršiumi ir atsimuša į stovintį m_2 masės rutulį. Smūgis absoliučiai tamprus, centrinis. Kokią kinetinės energijos dalį k pirmasis rutulys perdavė antrajam (3.3 pav.)?

k	m_1 m_2 v_1



3.3 pav.

Perduotos energijos dalis lygi:

$$k = \frac{E_{k2}}{E_{k1}}; \qquad (1)$$

čia E_{k2} –antrojo rutulio kinetinė energija po smūgio, E_{k1} – pirmojo rutulio pradinė kinetinė energija. u_2 – antrojo rutulio greitis po smūgio.

$$E_{k2} = \frac{m_2 u_2^2}{2}, \tag{2}$$

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \tag{3}$$

(2) ir (3) įrašome į (1) ir gauname:

$$k = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2}. \tag{4}$$

Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį užrašome:

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2. \tag{5}$$

(5) suprojektuojame į x ašį:

$$m_1 v_1 = m_2 u_2 + m_1 u_1. \tag{6}$$

Kadangi smūgis absoliučiai tamprus, energijos nuostolių nėra, tai pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \tag{7}$$

Išsprendę (6) ir (7) gauname:

$$u_2 = \frac{2 m_1 v_1}{m_2 + m_1}. \tag{8}$$

(8) įrašome į (4) ir gauname:

$$k = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Iš šios lygties matome, kad gautasis rezultatas priklauso tik nuo rutulių greičių. Vadinasi, rutulius galime apkeisti vietomis, po smūgio pirmasis rutulys gali judėti priešinga kryptimi.

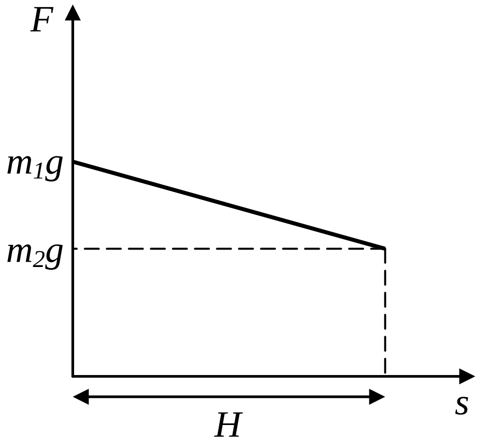
Atsakymas: $k = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$.

2 pavyzdys

Iš šulinio semiamas vanduo dviem vienodais $V = 10$ ℓ tūrio kibirais. Tuščio kibiro masė $m = 1$ kg. Pirmasis kibiras neprakiuręs, o antrajame yra skylė, pro kurią, traukiant kibirą į viršų, teka vanduo. Abu kibirai traukiami tolygiai, vanduo iš antrojo kibiro teka atgal į šulinį pastoviu greičiu. Ištraukus antrąjį kibirą, jame lieka 2/3 pradinės vandens masės. Ištraukiant pirmąjį kibirą atliekamas $\Delta A = 200$ J didesnis darbas negu ištraukiant antrąjį kibirą. Koks

šulinio gylis? Vandens tankis ρ = 1000 kg/m^3, laisvojo kritimo pagreitis g = 10 m/s^2.

H	$V = 10\ \ell = 10^{-2}\ \mathrm{m}^3$
	$m = 1$ kg
	$m_1 = \frac{2}{3}m_2$
	$\Delta A = 200$ J
	$\rho = 1000$ kg/m^3
	$g = 10$ m/s^2



3.4 pav.

Traukiant vandenį pirmuoju kibiru, atliekamas darbas

$$A = (m + m_1)gH, \tag{1}$$

čia m_1 – pilno kibiro vandens masė, H – šulinio gylis.

$$m_1 = \rho g V. \tag{2}$$

Traukiant vandenį prakiurusiu kibiru, atliekamas darbas:

$$A_2 = A_2^{'} + A_2^{''}, \tag{3}$$

čia $A_2^{'} = mgH$ - darbas, atliekamas ištraukiant tuščią kibirą, $A_2^{''}$ – ištraukiant vandenį.

$A_2^{''}$ rasime pasinaudodami grafiku (3.4 pav.) (žinome, kad kreivės $F = F(s)$ apribotas plotas skaitine verte lygus darbui).

$$A_2^{''} = \frac{1}{2}(m_1 g + m_2 g)H. \tag{4}$$

Bet $m_2 = \frac{2}{3}m_1$ (m_2 – likusio antrajame kibire vandens masė). Todėl, atsižvelgus į (2),

$$A_2^{''} = \frac{5}{6}\rho VgH. \tag{5}$$

(5) įrašę į (3) gauname:

$$A_2 = mgH + \frac{5}{6}\rho VgH. \tag{6}$$

Kadangi $\Delta A = A_1 - A_2$, (7) tai (6), (1) ir (2) įrašę į (7) gauname:

$$\Delta A = \frac{g\rho VH}{6}.$$

Iš čia

$$H = \frac{6\Delta A}{g\rho V}.$$

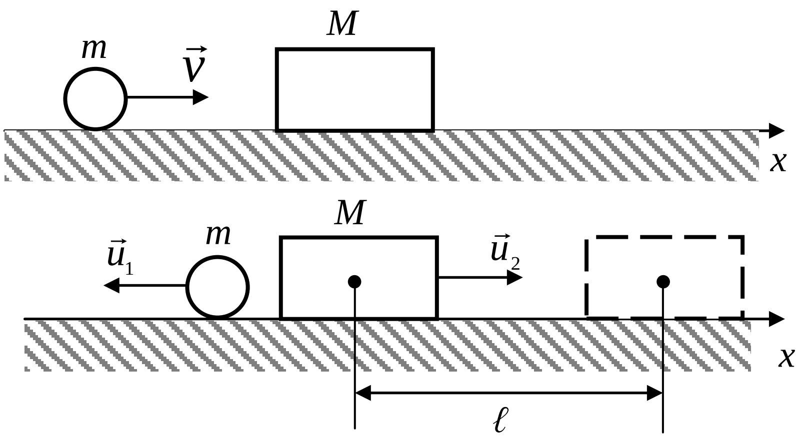
$$H = 12 \text{ m}.$$

Atsakymas: H = 12 m.

3 pavyzdys

Į plieninį M = 1 kg masės kubelį, stovintį ant horizontalios plokštumos, pataiko horizontaliai lėkęs v = 10^3 m/s greičiu m = 10 g masės plieninis rutuliukas. Po absoliučiai tampraus smūgio rutuliukas atšoka atgal. Kokį kelią po smūgio nuslys kubelis iki sustojimo? Trinties koeficientas tarp kubelio ir plokštumos μ = 0,2.

ℓ	M = 1 kg v = 10^3 m/s m = 10 g = 10^{-2} kg μ = 0,2



3.5 pav.

Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį (3.5 pav.):

$$m\vec{v} = m\vec{u}_1 + M\vec{u}_2,$$

čia u_1 – rutuliuko greitis po smūgio, u_2 – kubelio greitis po smūgio.

Suprojektuojame judesio kiekius į pasirinktą ašį:

$$mv = Mu_2 - mu_1. \tag{1}$$

Kadangi smūgis tamprus, tai pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{Mu_2^2}{2} + \frac{mu_1^2}{2}. \tag{2}$$

Iš (1) lygties:

$$u_1 = \frac{Mu_2 - mv}{m}. \qquad (3)$$

(3) lygtį įrašę į (2), randame kubelio greitį po smūgio:

$$mv^2 = Mu_2^2 + \frac{(Mu_2 - mv)^2}{m}.$$

$$u_2 = \frac{2mv}{m+M}. \qquad (4)$$

Dabar galime nagrinėti tik kubelio judėjimą. Kubelis sustoja dėl trinties jėgos veikimo. Pagal energijos tvermės dėsnį – trinties jėgos atliktas darbas lygus kubelio kinetinės energijos pokyčiui:

$$\frac{Mu_2^2}{2} = A_{tr} = F_{tr} \cdot \ell, \qquad (5)$$

čia ℓ – taškelio nueitas kelias.

Kadangi

$$F_{tr} = \mu Mg,$$

tai

$$\frac{Mu_2^2}{2} = \mu Mg\ell.$$

Į šią lygtį įrašę (4) gauname:

$$\ell = \frac{2m^2v^2}{(m+M)^2 \mu g}.$$

Kadangi $M >> m$, tai

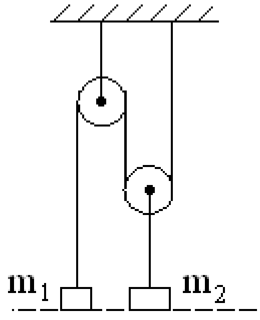
$$\ell \approx \frac{2m^2v^2}{\mu g M^2}.$$

ℓ = 100 m.

Atsakymas: ℓ = 100 m.

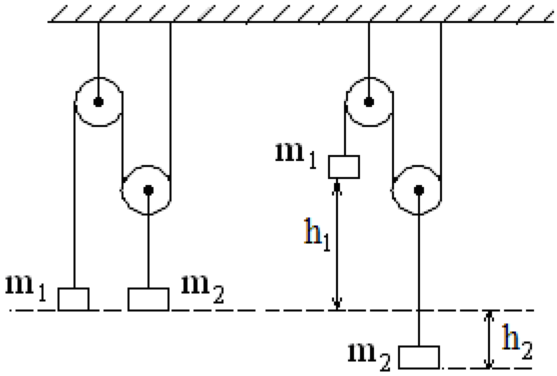
4 pavyzdys

Apskaičiuokite brėžinyje (3.6 pav.) pavaizduoto m_2 = 20 kg masės krovinio greitį, kai m_1 = 5 kg masės krovinys pakils į h_1 = 10 m aukštį. Trinties nepaisykite. Uždavinį spręskite naudodami energijos tvermės dėsnį.



3.6 pav.

v_2	$m_2 = 20$ kg $m_1 = 5$ kg $h_1 = 10$ m



3.7 pav.

Kol kroviniai nejudėjo, sistemos mechaninė energija:

$$E_1 = 0. \qquad (1)$$

Kai pirmasis krovinys pasiekė h_1 aukštį, sistemos mechaninė energija (3.7 pav.):

$$E_2 = m_1gh_1 + \frac{m_1v_1^2}{2} - m_2gh_2 + \frac{m_2v_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$E_1 = E_2. \qquad (3)$$

(1) ir (2) įrašome į (3)

$$m_1gh_1 + \frac{m_1v_1^2}{2} - m_2gh_2 + \frac{m_2v_2^2}{2} = 0. \qquad (4)$$

Atsižvelgę į tai, kad $v_1 = 2v_2$ ir $h_1 = \frac{h_2}{2}$, gauname

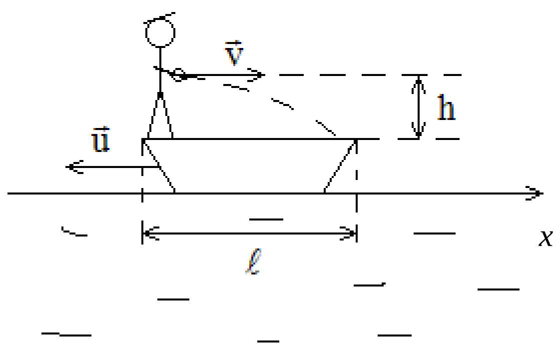
$$v_2 = \sqrt{\frac{gh_1(m_2 - 2m_1)}{4m_1 + m_2}}$$

$$v_2 = 4{,}95\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Atsakymas: $v_2 = 4{,}95\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

5 pavyzdys

ℓ ilgio valties priekyje stovi žmogus, laikydamas aukštyje *h* virš valties *m* masės sviedinį. Valties ir žmogaus masė *M*. Žmogus išilgai valties horizontalia kryptimi meta sviedinį. Kokiu greičiu žmogus turi mesti sviedinį, kad sviedinys nukristų valties gale (3.8 pav.)? Vandens pasipriešinimo nepaisykite.



3.8 pav.

v	ℓ h M m

Laiką, per kurį išmestas sviedinys nukris valties gale, pažymėkime t.

Žmogui išmetus sviedinį, valtis su žmogumi pradės judėti priešinga sviediniui kryptimi greičiu $\vec{u}$. Pagal judėjimo kiekio tvermės dėsnį:

$$m\vec{v} + M\vec{u} = 0. \quad (1)$$

Suprojektuojame judėjimo kiekius į pasirinktą ašį x:

$$mv - Mu = 0. \quad (2)$$

Iš (2)

$$u = \frac{mv}{M}. \quad (3)$$

Per laiką t valtis pasislinks atstumą x:

$$x = ut. \quad (4)$$

(3) įrašome į (4):

$$x = \frac{mv}{M}t. \quad (5)$$

Vadinasi, kad per laiką t sviedinys patektų į valties galą, sviedinys horizontaliąja kryptimi turi nuskrieti atstumą:

$$s = \ell - x, \quad (6)$$

o vertikaliąja kryptimi:

$$h = \frac{gt^2}{2}. \quad (7)$$

Iš (7)

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (8)$$

(5) ir (8) įrašome į (6) ir gauname:

$$s = \ell - \frac{mv}{M}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (9)$$

Bet

$$s = vt. \quad (10)$$

(10) ir (8) įrašome į (9) ir gauname:

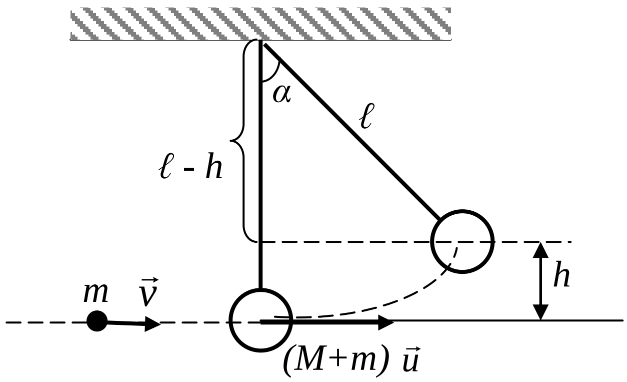
$$v = \frac{\ell}{\sqrt{\frac{2h}{g}\left(1 + \frac{m}{M}\right)}}$$

Atsakymas: $v = \frac{\ell}{\sqrt{\frac{2h}{g}\left(1 + \frac{m}{M}\right)}}$.

6 pavyzdys

Masės m = 20 g kulka, lekianti v = 400 m/s greičiu, smogia į M = 5 kg masės rutulį, pakabintą ant ℓ = 4 m ilgio siūlo. Kokiu kampu pakrypsta svyruoklė? Kuri kulkos energijos dalis virsta šiluma? Išnagrinėkime: 1) absoliučiai netamprųjį ir 2) tamprųjį smūgį.

α	m = 20 g = $20 \cdot 10^{-3}$ kg
$\frac{Q}{E_{k0}}$	v = 400 m/s
	M = 5 kg
	ℓ = 4 m



3.9 pav.

1) Po smūgio rutulys su įstrigusia kulka nukrypsta, pakildamas į aukštį h (3.9 pav.):

$$\cos\alpha = \frac{\ell - h}{\ell}. \tag{1}$$

Svyruoklės pakilimo aukštį galime nustatyti iš mechaninės energijos tvermės dėsnio:

$$\frac{(m+M)u^2}{2} = (m+M)gh, \tag{2}$$

čia u – sistemos greitis po smūgio. Jį randame iš judesio kiekio tvermės dėsnio (sistemos neveikia išorės jėgos):

$$mv = (m+M)u. \tag{3}$$

Iš (2) ir (3) lygčių

$$h = \frac{m^2 v^2}{2g(m+M)^2}\,. \tag{4}$$

(4) lygtį įrašę į (1), gauname:

$$\cos\alpha = 1 - \frac{m^2 v^2}{2g\ell(m+M)^2}\;.$$

Apskaičiuojame: $\cos\alpha = 0{,}9677$, arba $\alpha \approx 14^\circ 35'$.

Antras ieškomas dydis – šiluma virtusi kulkos kinetinės energijos dalis:

$$\frac{Q}{E_{k0}} = \frac{E_{k0} - E_k}{E_{k0}} = 1 - \frac{E_k}{E_{k0}}\,;$$

čia $E_{k0} = \dfrac{mv^2}{2}$ – sistemos kinetinė energija prieš smūgį, $E_k = \dfrac{(m+M)u^2}{2}$ – sistemos kinetinė energija po smūgio. Taigi

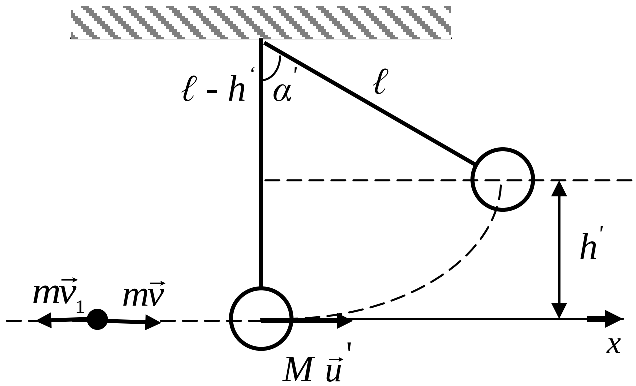
$$\frac{Q}{E_{k0}} = 1 - \frac{(m+M)u^2}{mv^2}\,. \tag{5}$$

Įrašę u išraišką iš (3) lygties ir sutvarkę gauname:

$$\frac{Q}{E_{k0}} = \frac{M}{m+M}\,.$$

$$\frac{Q}{E_{k0}} = 0{,}996\,.$$

2) Kai smūgis absoliučiai tamprus, kulka atsimuša nuo rutulio ir lekia greičiu v_1 priešinga kryptimi. Rutulio pakilimo aukštį h' rasime iš mechaninės energijos tvermės dėsnio (3.10 pav.):



3.10 pav.

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + Mgh'\,. \tag{6}$$

Kulkos greičiui v_1 rasti taikome judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$mv = Mu' - mv_1\,.$$

Todėl

$$h' = \frac{2m^2v^2}{g(m+M)^2}, \tag{7}$$

t. y. 4 kartus didesnis negu esant netampriajam smūgiui.

Įrašome (7) į (1) ir gauname:

$$\cos\alpha' = 1 - \frac{2m^2v^2}{g\ell(m+M)^2}.$$

$$\cos\alpha' = 0{,}8707,$$

$$\alpha' = 29^\circ 25'.$$

Matome, kad svyruoklės nuokrypio kampas 2 kartus didesnis negu tuo atveju, kai smūgis netamprusis. O šiluma virtusios kulkos kinetinės energijos dalis lygi nuliui.

Atsakymas: $\frac{Q}{E_{k0}} = 0{,}996,\ \alpha' = 29^\circ 25'.$

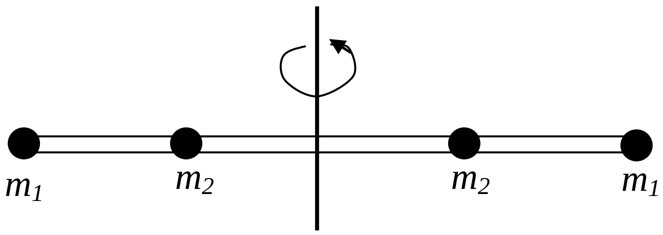
III TURO UŽDUOTYS

1. Kiek kainuoja iškasti h = 10 m gylio, d = 1,6 m skersmens šulinį? Vidutinis grunto tankis $\rho = 2 \cdot 10^3$ kg/m^3. Už kiekvieną atlikto darbo kilodžaulį sumokama po 1 Lt. Gruntas žemės paviršiuje išpilamas plonu sluoksniu.

2. Stovintį ant horizontalios plokštumos m = 2 kg masės kūną pradeda veikti horizontali tiesiškai kintanti nuo F_1 = 10 N iki F_2 = 40 N jėga. Koks bus kūno greitis nuėjus s = 4 m kelią? Trinties nepaisykite.

3. m masės rutuliukas iššaunamas iš spyruoklinio pistoleto pirmą kartą horizontaliai, antrą kartą – vertikaliai į viršų. Spyruoklės standumas k. Spyruoklė abiem atvejais deformuojama dydžiu x. Palyginkite rutuliuko išlėkimo iš vamzdžio greičius abiem atvejais. Spyruoklės masės nepaisykite.

4. ℓ ilgio strypas sukasi horizontalioje plokštumoje υ dažniu apie vertikalią ašį, einančią per strypo vidurį (3.11 pav.). Strypo galuose pritvirtinti m_1 masės kroviniai, o viduryje tarp strypo galų ir sukimosi ašies – m_2 masės kroviniai. Kokia besisukančių krovinių kinetinė energija? Strypo masės nepaisykite.



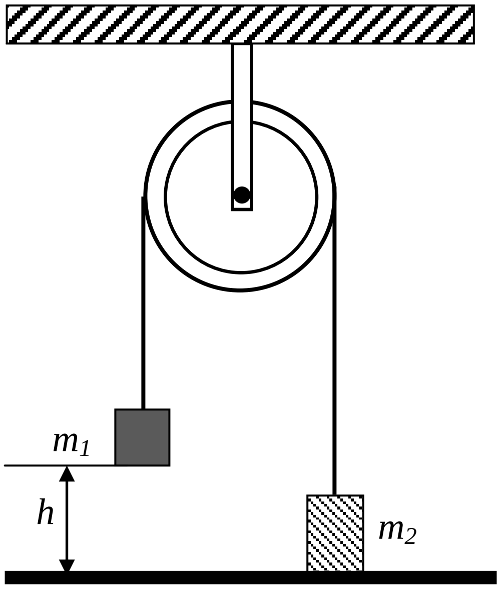
3.11 pav.

5. Kūnas metamas vertikaliai į viršų v_0 = 10 m/s pradiniu greičiu. Po kiek laiko kūno kinetinė energija bus lygi potencinei energijai? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

6. Kūnas metamas vertikaliai aukštyn v_0 pradiniu greičiu. Kokiame aukštyje jo greitis bus lygus $\frac{v_0}{4}$? Uždavinį išspręskite naudodami: a) kinematikos lygtis, b) grafinį metodą, c) energijos tvermės dėsnį. Oro pasipriešinimo nėra.

7. m = 1 kg masės kūnas metamas nuo Žemės paviršiaus vertikaliai į viršų v_0 = 10 m/s pradiniu greičiu. Atskaitos sistemą susieję su išmetimo tašku, o y ašį nukreipę į viršų, nubraižykite potencinės, kinetinės ir pilnutinės energijos priklausomybes nuo a) nueito kelio s, b) judėjimo laiko t grafikus. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

8. Lengvas netamprus siūlas permestas per nekilnojamąjį skridinį. Prie siūlo galų pririšti m_1 ir m_2 ($m_1 > m_2$) masės kroviniai (3.12 pav.). Pradiniu momentu pirmasis krovinys yra h = 2 m aukštyje virš grindų, o antrasis – liečia grindis. Leidus sistemai judėti, antrasis krovinys pakyla į didžiausią H = 3 m aukštį. Apskaičiuokite krovinių masių santykį. Siūlo ir skridinio masės bei trinties nepaisykite.



3.12 pav.

9. Pakilęs į orą, M = 3,5 t masės sraigtasparnis „laikosi" viename aukštyje. Sraigtasparnio rotoriaus mentės ilgis L = 9 m. Įvertinkite, kokiu greičiu mentės nubloškia oro srovę. Oro tankis ρ = 1,29 kg/m^3. Tarkite, kad oro srovė juda vertikaliai žemyn ir jo spindulys lygus mentės ilgiui.

10. Rutuliukas pradėjo laisvai kristi be pradinio greičio iš h aukščio. Po smūgio į žemę, rutuliukas atšoko į mažesnį aukštį ir vėl krito žemyn. Tarp pirmojo ir antrojo smūgių į žemę praėjo laikas Δt. Kokia rutuliuko mechaninės energijos dalis virsta vidine energija? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

11. Rutuliukas pritvirtintas prie nesvaraus vienalyčio ℓ ilgio strypo vieno galo. Strypas gali suktis vertikalioje plokštumoje apie horizontalią ašį, einančią per stypo vidurį. Pradiniu laiko momentu rutuliukas yra viršutiniame taške ir nejuda. Lengvu stumtelėjimu rutuliukas išvedamas iš pusiausvyros. Kai rutuliukas praeina žemiausią trajektorijos tašką, jis atitrūksta nuo strypo aukštyje h virš žemės paviršiaus. Kokiu atstumu s nuo pakabinimo ašies horizontaliąja kryptimi rutuliukas nukris ant žemės? Oro pasipriešinimo nėra.

12. m masės kūnas, pririštas ant ℓ ilgio siūlo, sukasi vertikalioje plokštumoje pastoviu υ dažniu. Koks judesio kiekio pokytis per ketvirtadalį periodo?

13. m = 2 kg masės kūnas metamas v_0 = 20 m/s pradiniu greičiu α = 30° kampu į horizontą. Koks bus kūno judesio kiekio pokytis per laiką t = 1 s.

14. M = 1 kg masės rutulys pakabinamas ant ℓ = 0,9 m ilgio siūlo. Po to rutulys atlenkiamas α = 60° kampu nuo vertikalės ir paleidžiamas. Tuo momentu, kai rutulys praeina pusiausvyros padėtį, į jį pataiko horizontaliai priešpriešiais lekianti m = 10 g masės kulka ir pramuša rutulį. Pramušusi rutulį kulka toliau lekia horizontaliai, o rutulys juda pradine kryptimi ir atsilenkia kampu β = 39°. Apskaičiuokite kulkos greičio pokytį. Rutulio masė nekinta, rutulio linijiniai matmenys žymiai mažesni už siūlo ilgį.

15. m masės rutulys, riedėdamas horizontalia plokštuma, atsimuša į stovintį km masės rutulį (k – teigiamas skaičius). Smūgis absoliučiai netamprus. Nubrėžkite mechaninės energijos dalies, virtusios vidine, priklausomybės nuo skaičiaus k grafiką.

16. m = 2,5 t masės lėktuvas leidžiasi tiese su išjungtu varikliu pastoviu v = 144 km/h greičiu. Lėktuvas nusileidžia iš h_1 = 2 km aukščio į h_2 = 1 km aukštį, nuskrisdamas ℓ = 10 km kelią. Kokią galią turi išvystyti lėktuvo variklis, kad lėktuvas, judėdamas ta pačia trajektorija, tuo pačiu greičiu, pakiltų į tą patį aukštį?

17. Valtis plūduriuoja stovinčiame vandenyje. Valties gale yra m_1 masės žmogus. Žmogui pereinant iš valties galo į priekį, valtis pasislenka atstumu s_1 išilgai linijos, statmenos krantui. Jei valtimi pereina m_2 masės žmogus, valtis pasislenka atstumu s_2. Koks valties ilgis?

18. Ant horizontalaus glotnaus stalo vienoje tiesėje nesiliesdami stovi n = 2009 rutuliai. Rutulių masės atitinkamai lygios m, $\frac{m}{2}$, $\frac{m}{4}$... $\frac{m}{2^{n-1}}$. Į pirmąjį rutulį pataiko v greičiu išilgai tos pačios tiesės riedėjęs 2 m masės rutulys. Kokiu greičiu pradės judėti paskutinysis 2009-asis rutulys. Smūgiai absoliučiai tamprūs, centriniai.

19. Į plieninį M = 1 kg masės kubelį, stovintį ant horizontalios plokštumos, pataiko horizontaliai lėkęs $v = 10^3$ m/s greičiu m = 10 g masės plastilino rutuliukas. Smūgis absoliučiai netamprus. Kokį kelią po smūgio nuslys kubelis iki sustojimo? Trinties koeficientas tarp kubelio ir plokštumos μ = 0,2.

20. m masės rutulys rieda horizontaliu paviršiumi v greičiu ir susiduria su stovinčiu $\frac{m}{2}$ masės rutuliu. Po absoliučiai tampraus smūgio pirmasis rutulys toliau juda tiese, sudarančia α = 30° kampą su pirmine kryptimi. Kokie abiejų rutulių greičiai po smūgio?

Lietuvos fizikų draugija
Šiaulių universitetas
Jaunųjų fizikų mokykla „FOTONAS“

Genovaitė Meinorienė, Saulius Pelanskis, Aurelija Pelanskienė
III kurso užduotys ir metodiniai nurodymai
2009 10 (480)
2009–2010 mokslo metai

Redagavo Algirdas Malakauskas
Rinko ir maketavo Irma Bolskytė

SL 843. 2009 09 10. 3,56 leidyb. apsk. l. Tiražas 650 . Užsakymas
Spausdino UAB „Šiaulių knygrišykla“,
P. Lukšio 9A, LT-77156 Šiauliai, tel.: (8 ~ 41) 50 03 33, 43 19 14.