ISSN1392-2068

LIETUVOS FIZIKŲ DRAUGIJA
ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
JAUNŲJŲ FIZIKŲ MOKYKLA „FOTONAS“

OPTIKA. ATOMO IR BRANDUOLIO FIZIKA. MECHANIKA

2010 10 (495)

ISSN 1392-2068

LIETUVOS FIZIKŲ DRAUGIJA
ŠIAULIŲ UNIVERSITETAS
JAUNŲJŲ FIZIKŲ MOKYKLA „FOTONAS“

Genovaitė Meinorienė, Saulius Pelanskis, Aurelija Pelanskienė

OPTIKA. ATOMO IR BRANDUOLIO FIZIKA. MECHANIKA

III KURSO UŽDUOTYS IR METODINIAI NURODYMAI

2010 10 (495)

Metodinė priemonė
2010–2011 mokslo metai

Šiauliai 2010

Leidžiama nuo 1972 m.
Leidinių periodiškumas – 15 per metus.

Leidinį parengė:
I turo metodinius nurodymus ir užduotis – Genovaitė Meinorienė,
II turo metodinius nurodymus ir užduotis – Saulius Pelanskis,
III turo metodinius nurodymus ir užduotis – Aurelija Pelanskienė.

Recenzavo: dr. Rasa Žemaičiūnienė,
vyr. metodininkas Vacys Jankus.

Šiaulių universiteto Gamtos mokslų fakulteto tarybos rekomenduota 2010-06-17 (protokolo Nr. 7).

© Šiaulių universitetas, 2010

SU NAUJAISIAIS MOKSLO METAIS, FOTONIEČIAI!

Šie mokslo metai jaunųjų fizikų mokykloje Jums tretieji. Linkime ir toliau domėtis patraukliu fizikos mokslu – kartais žaviu, o kartais ir sunkiu. Sėkmingai spręskite naujų turų uždavinius.

Šiais mokslo metais per tris turus reikės išspręsti 60 uždavinių.

Geriausi fotoniečiai bus kviečiami į „Fotono“ vasaros stovyklą.

Šifras, kurį Jūs gavote pirmame kurse, lieka tas pats.

Primename, kad mokinys, neatsiuntęs iš eilės dviejų turų sprendimų be pateisinamos priežasties, šalinamas iš „Fotono“ mokyklos be atskiro pranešimo.

Uždavinių sprendimų išsiuntimo terminai:

I turas – **2010-11-15**,
II turas – **2011-02-10**,
III turas – **2011-04-15**.

Sąsiuvinius su sprendimais siųskite adresu:

„Fotonui“
Šiaulių universitetas
P. Višinskio g. 19
77156 Šiauliai

Tel./faks. (8 ~ 41) 59 57 24
El. paštas fotonas@fm.su.lt
Interneto puslapis: www.fotonas.su.lt
III kurso kuratorė Irma Bolskytė

LINKIME SĖKMĖS!

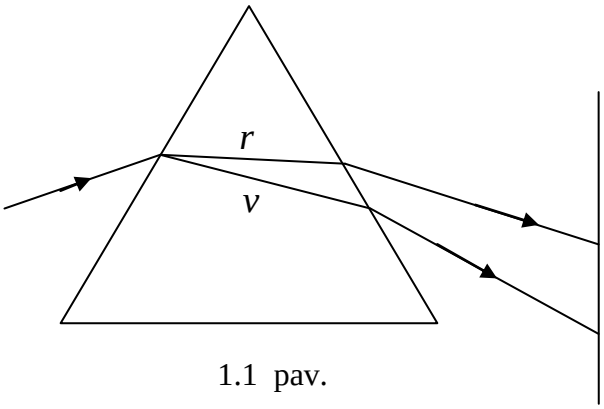
„Fotono“ taryba

I TURAS

ŠVIESOS BANGINĖS SAVYBĖS. ATOMO SANDARA. ASTRONOMIJOS PAGRINDAI

Metodiniai nurodymai

ŠVIESOS DISPERSIJA



1.1 pav.

Niutonas įrodė, kad lūžio rodiklis nepriklauso nuo spindulių kritimo kampo, tačiau priklauso nuo spalvos. Šviesos lūžio rodiklio priklausomybė nuo spalvos vadinama dispersija. Jeigu nukreipsime siaurą šviesos spindulį į trikampę prizmę (1.1 pav.), tai jis bus išskaidytas į septynias spalvas: raudoną, oranžinę, žalią, žydrą, mėlyną ir violetinę. Labiausiai lūžta violetiniai spinduliai, mažiausiai raudoni, todėl raudonų spindulių lūžio rodiklis yra mažiausias, o violetinių – didžiausias. Visų spalvų greitis vakuume yra vienodas ir lygus $c = 3\cdot10^8$ m/s, o tam tikroje aplinkoje – skirtingas. Lūžio rodiklis priklauso nuo šviesos greičio medžiagoje. $n = \frac{c}{v}$ mažiausiai lūžtančių raudonų spindulių greitis didžiausias, o violetinių – mažiausias.

Pereinant monochromatinei šviesai (tam tikro dažnio šviesai) iš tuštumos į tam tikrą aplinką dažnis nesikeičia, o bangos ilgis ir greitis sumažėja n kartų. Tai galime išreikšti formulėmis:

$$v = \frac{c}{n}, \tag{1.1}$$

$$\lambda_{ap} = \frac{\lambda}{n}; \tag{1.2}$$

čia c – šviesos greitis vakuume, v – šviesos greitis tam tikroje aplinkoje, λ – bangos ilgis vakuume, λ_{ap} – bangos ilgis aplinkoje.

INTERFERENCIJA

Bangų interferencija – tai koherentinių bangų sudėtis. Koherentiniais šaltiniais laikomi, šaltiniai sukeliantys vienodo dažnio (bangos ilgio) bangas, kurių fazių skirtumas laikui bėgant nekinta. Šviesos interferencijos rezultatas yra šviesos maksimumas (sustiprėjimas) arba minimumas (susilpnėjimas) ekrane, kai bangos persikloja. Norint išsiaiškinti, kur susidarys interferenciniai maksimumai ir minimumai, reikia nagrinėti abiejų bangų nueitus kelius ℓ_1 ir ℓ_2 nuo šaltinio iki

susitikimo taško. Bangų eigos skirtumą d galime išreikšti formule, jeigu spinduliai skinda vakuume arba ore:

$$\Delta d = \ell_1 - \ell_2,$$

kur ℓ_1 pirmos bangos nueitas kelias, ℓ_2 antros bangos nueitas kelias.

Jeigu bangos sklinda ne vakuume ir ne ore, tai šviesos bangų ilgis priklauso ir nuo aplinkos, kuria bangos sklinda. Aplinkoje

$$v = \frac{c}{n} \text{ ir } \lambda_{ap} = \frac{\lambda}{n}.$$

Vienokioje ar kitokioje terpėje šviesa sklinda n kartų lėčiau, dėl to vėlavimas dar padidėja. Todėl, kalbant apie interferenciją, vartojamos optinio kelio eigos skirtumo sąvokos. Optinis kelias – tai geometrinis kelias, padaugintas iš terpės absoliutinio lūžio rodiklio: $n\ell$. Optinis eigų skirtumas

$$\Delta d = n_2\ell_2 - n_1\ell_1;$$

čia n_1 ir n_2 – terpių, kuriomis sklinda šviesos absoliutiniai lūžio rodikliai;

ℓ_1 ir ℓ_2 – spindulių geometriniai keliai.

Į eigos skirtumą Δd gali tilpti sveikasis bangų skaičius: viena banga, dvi bangos. Interferencijos maksimumai (šviesos ruožai) susidaro tose erdvės vietose, kai į eigos skirtumą telpa sveikasis bangų skaičius:

$$\Delta d = k \cdot \lambda,$$

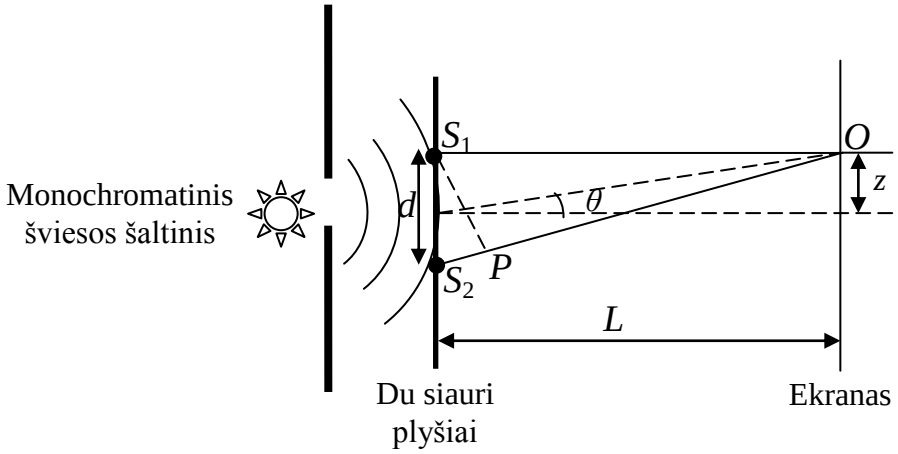
k – bet koks sveikasis skaičius.

Interferencijos minimumai susidaro tose erdvės vietose, kai į bangos skirtumą telpa

$$\Delta d = \left(k + 1\right)\frac{\lambda}{2}. \qquad (1.3)$$

Interferencijai stebėti naudojamos dvi bangos, gaunamos iš vieno šviesos šaltinio, dalijant jo bangą į dvi dalis, kurios tarpusavyje yra koherentinės. Pluoštelis dalijamas, jį leidžiant per dvi viena šalia kitos esančias angas. Toks bangos fronto dalijimo metodas tinka tik intensyviems gana mažų matmenų šaltiniams.

Vienas iš bangos fronto dalijimo pavyzdžių yra Jungo bandymas (1.2 pav.).

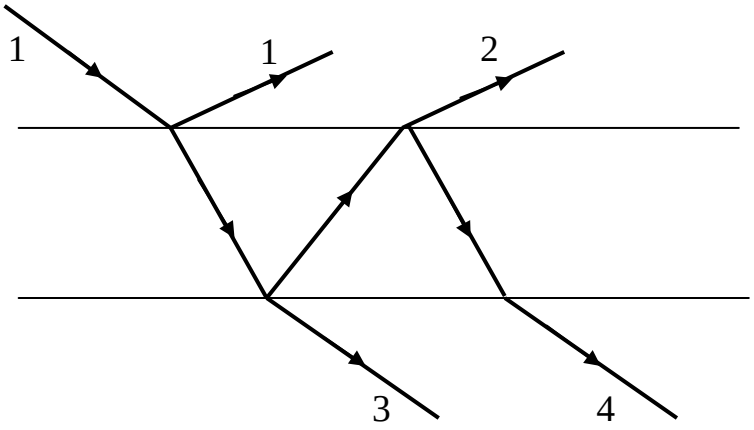


1.2 pav.

Šioje schemoje šviesos šaltinis yra už plyšio. Bangos frontas sklinda iš plyšio ir pasiekia antrąjį ekraną, kuriame nedideliu atstumu *d* vienas nuo kito yra du lygiagretūs plyšiai S_1 ir S_2. Praėję šviesos spinduliai per šiuos plyšius bus koherentiniai, nes tai yra vieno šviesos šaltinio išskaidyti du spinduliai.

Kas atsitiks taške *O*, apšviestame bangomis iš dviejų šaltinių S_1 ir S_2? Akivaizdu, kad kelias S_1O yra mažesnis negu S_2O. Reikia skaičiuoti, ar į bangų skirtumą telpa sveikasis bangų skaičius, ar nelyginis pusbangių skaičius. Tai ir gausime arba interferencijos maksimumą, arba minimumą.

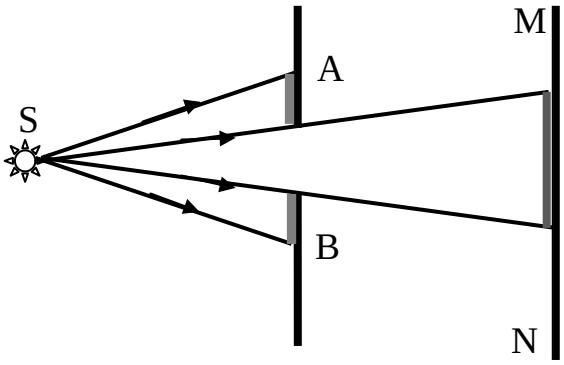
Šviesos interferencija paaiškinamas balta šviesa apšviestų vabzdžių sparnų, muilo burbulų, riebalų ar tepalų plėvelių vandens paviršiuje nuspalvinimas vaivorykštės spalvomis, nors šiaip jie bespalviai. Mat dalis šviesos bangos atsispindi nuo plėvelės, dalis, praėjusi ją, atsispindi nuo kito jo paviršiaus, o likusioji šviesos dalis visiškai pereina plėvelę (1.3 pav.). Nuo plėvelės atsispindėjusios bangos 1 ir 2 bei plėvelę praėjusios bangos 3 ir 4 yra koherentinės ir tarpusavyje interferuoja. Interferencijos rezultatas priklauso nuo plėvelės storio ir spindulių kritimo kampo. Todėl skirtingų ilgių bangų interferencijos sąlygos tenkinamos skirtingose vietose, ir plėvelė atrodo spalvota.



1.3 pav.

ŠVIESOS DIFRAKCIJA

Šviesos užlinkimas už kliūties vadinamas difrakcija. Jei iš šaltinio S sklindantį šviesos pluoštelį praleisime pro skylutę *AB*, tai ekrane gausime šviesią dėmę (1.4 pav.). Tos dėmės skersmuo parodo, kokio pločio šviesos pluoštas krinta į ekraną *MN*. Sumažinus skylę *AB*, sumažėja ir dėmė, atseit siaurėja šviesos spindulių pluoštas. Tačiau pradedant nuo tam tikro skylės dydžio, skylei mažėjant dėmelė jau nemažėja, o atvirkščiai – ima didėti. Be to, ji pasidaro neryški ir netolygiai apšviesta. Dėmelėje atsiranda eilė pakaitomis einančių šviesių ir tamsių žiedų, ir jie užima daug

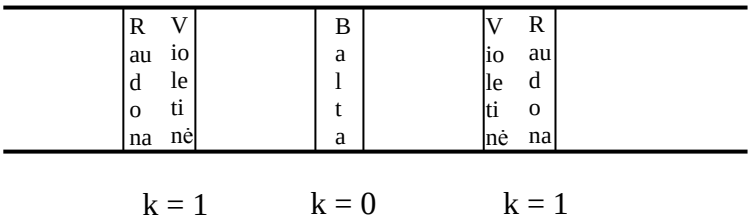


1.4 pav.

didesnę sritį, negu turėtų užimti braižant geometriškai pagal šviesos tiesiaeigio plitimo faktą.

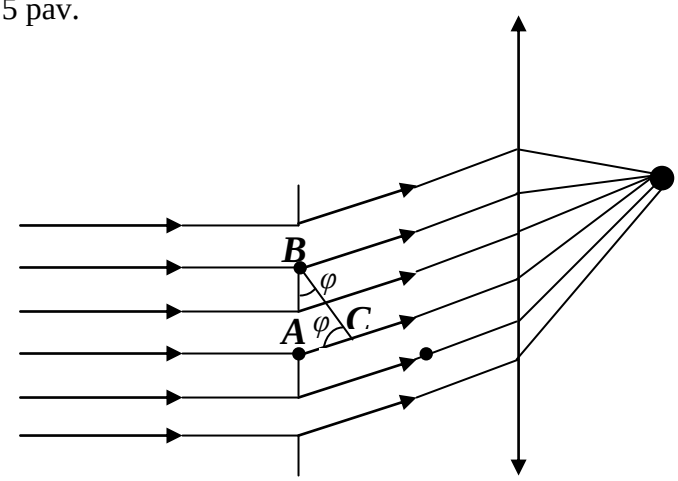
Difrakcijos reiškiniai taikomi difrakcinėje gardelėje. Aukštos kokybės difrakcinėje gardelėje kiekviename milimetre įrėžiama po tūkstantį ir daugiau rėžių. Vieno skaidraus plyšio ir rėžio bendras plotis vadinamas difrakcinės gardelės konstanta.

Pereidama pro gardelės plyšius šviesa difraguoja ir už kiekvieno plyšio plinta visomis kryptimis. Taigi kiekvienas plyšys tampa koherentinių bangų šaltiniu, ir ekrane matomas stabilus tų bangų interferencinis vaizdas. Apšvietę gardelę lygiagrečiais monochromatiniais spinduliais, ekrane matome ryškias siauras tos spalvos linijas (1.5 pav.). Spektro centre $k = 0$ matysime tos spalvos maksimumą, nes į centrinį maksimumą atėjusių bangų eigos skirtumas bus lygus 0. Šalia susidarys $k = 1$ pirmasis tos spalvos maksimumas. Jame atėjusių bangų eigos skirtumas bus viena banga, toliau susidarys $k = 2$ antrasis maksimumas, jame atėjusių bangų eigos skirtumas bus dvi bangos... Apšvietę gardelę balta šviesa centrinėje dalyje matysime baltą juostą, nes apšviestumo maksimumo sąlyga išlieka visų ilgių bangoms. Šalia susidarys $k = 1$, pirmasis maksimumas, tačiau jame matysime visų vaivorykščių spalvas. Pirmame maksimume visų spalvų bangų eigos skirtumas bus viena banga, bet kadangi įvairių bangų ilgiai yra skirtingi, tai šios bangos interferuos skirtingose vietose. Violetinės spalvos bangos ilgis yra mažiausias, todėl ją matysime mažiausiai nutolusią nuo centrinio maksimumo. Difrakcine gardele gautas spektras apšvietus balta šviesa.



1.5 pav.

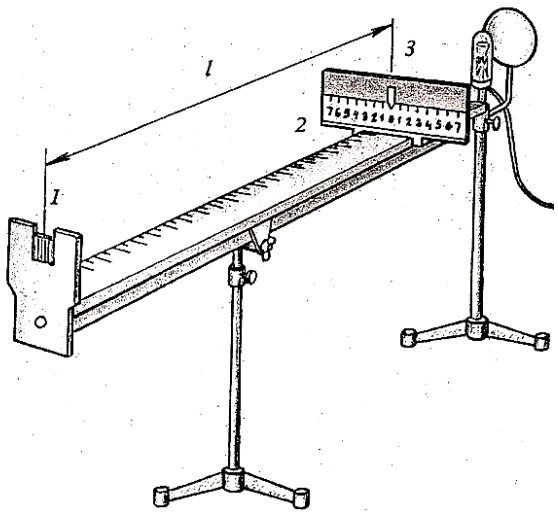
Išnagrinėkime 1.6 pavyzdį, kada nuo plyšių sklindančios bangos stiprina viena kitą. Nagrinėsime kampu φ sklindančias bangas. Nuo gretutinių plyšių kraštų sklindančių spindulių eigos skirtumas lygus atkarpos AC ilgiui. Jeigu šioje atkarpoje tilptų sveikasis bangų ilgių skaičius, tai sudedamos visų plyšių bangos stiprintų viena kitą. Rasime trikampio ABC statinį AC. Maksimumus stebėsime



1.6 pav.

kryptimis, kurias nusako kampo φ vertės, tenkinančios sąlygą:

$$d\sin\varphi = k\lambda .$$



1.7 pav.

Įstatykime gardelę (1.7 pav.) 1 į rėmelį ir žiūrėkime pro ją į skalės 2 apšviestą plyšį 3. Abipus šviesaus ruožo matysime išsidėsčiusius difrakcinius spektrus. Jeigu išmatuosime atstumą ℓ nuo difrakcinės gardelės iki skalės ir tiriamųjų spindulių nuokrypą h nuo centrinio balto ruožo, laikydami, kad

$$\sin\varphi \approx tg\varphi ,$$

$$tg\varphi = \frac{h}{\ell} ,$$

galėsime užrašyti

$$d\frac{h}{\ell} = k\lambda . \qquad (1.4)$$

Su difrakcine gardele galime tiksliai išmatuoti bangos ilgį.

ŠVIESOS DALELĖS, FOTONAI

Šviesa sklinda kaip bangos, o spinduliuojama ir sugeriama apibrėžtais energijos kiekiais – kvantais. Vadinasi, banga turi dalelės savybių. Toji dalelė pavadinta fotonu. Vieno kvanto energija apskaičiuojama pagal formulę:

$$E = h \cdot f ;$$

čia E – kvanto energija, f – bangos dažnis. Planko konstanta (h = 6,626·10^{-34} Js).

Žinant, kad

$$v = \frac{c}{\lambda} ; \qquad (1.5)$$

(čia c – šviesos greitis, λ – bangos ilgis), Kvanto energija gali būti išreikšta:

$$E = h\frac{c}{\lambda} . \qquad (1.6)$$

Ultravioletinių spindulių dažnis yra didesnis negu raudonųjų spindulių. Vadinasi, ultravioletinių spindulių kvanto energija yra didžiausia. Todėl nesunkiai galime paaiškinti, kodėl dažai blunka veikiami ultravioletinių, bet nekinta veikiami regimosios šviesos, o ryškinant fotonuotraukas laboratorijos būna apšviestos raudona šviesa.

Fotonas turi masę. Fotono masė apskaičiuojama pagal reliatyvumo teorijos energijos formulę:

$$m = \frac{E}{c^2}; \qquad (1.7)$$

čia m – fotono masė, E – fotono energija, c – šviesos greitis.

Kartu fotonas turi vieną savybę – jis neegzistuoja rimties būsenoje, atsiradęs iš karto juda šviesos greičiu.

Fotoelektriniu efektu (fotoefektu) vadinamas šviesos dalelių (fotonų) energijos perdavimas medžiagos elektronams, kurie dėl to arba išlekia iš jos (išorinis fotoefektas), arba joje tampa laisvi (vidinis fotoefektas). Energijos tvermės dėsnis fotoefektui išreiškiamas Einšteino lygtimi:

$$hf = A + \frac{mv^2}{2}; \qquad (1.8)$$

čia hf – kvanto energija, A – elektrono išlaisvinimo iš metalo darbas.

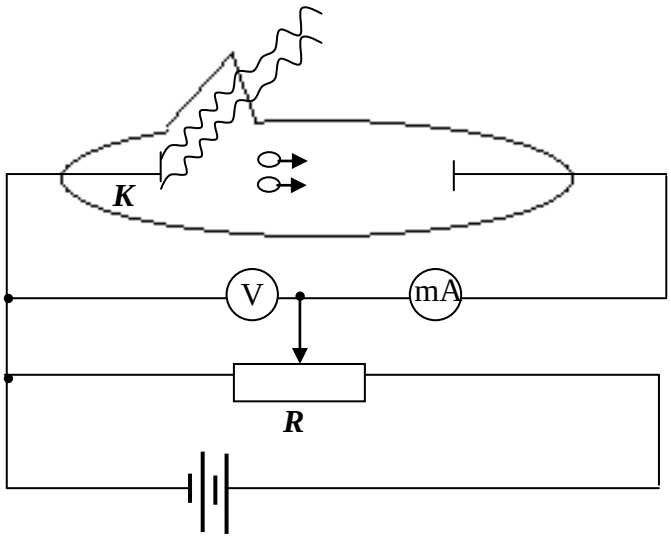
Kiekvienoje medžiagoje fotoefektas vyksta tik tada, kai krintančios šviesos dažnis yra didesnis už tam tikrą (mažiausią) vertę, o fotono energija lygi išlaisvinimo darbui. Todėl fotoefektas vyksta, jeigu ir elektronui nebus suteikta kinetinė energija. Fotoefekto raudonąją ribą atitinkantis šviesos virpesių dažnis randamas pagal lygtį:

$$hf_{\min} = A$$

arba

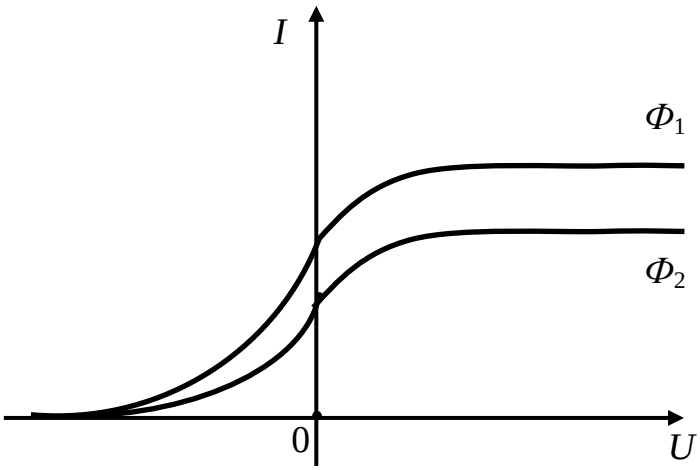
$$h\frac{c}{\lambda_{\max}} = A,$$

kai $f < f_{min}$ (arba $\lambda > \lambda_{max}$) fotoefektas nevyksta. Fotonų energija dažnai išreiškiama elektronvoltais $1\text{eV} = 1{,}6\cdot10^{-19}$ J.



1.8 pav.

Fotoefekto tyrimai atliekami 1.8 pav. parodytame įrenginyje. Jo elektrodai pagaminti iš chemiškai grynų metalų ir įtaisyti vakuuminiame inde. Kaip fotosrovė priklauso nuo įtampos tarp elektrodų, kai nevienodas šviesos srautas, rodo grafikai ($\varphi_1 > \varphi_2$) (1.9 pav.). Iš jų matome, kad ir nesant įtampos tarp elektrodų, greičiausieji fotoelektronai pasiekia teigiamą elektrodą (anodą). Didinant



1.9 pav.

įtampą, didėja ir fotosrovės stiprumas, kol pasiekiamas soties srovės stiprumas. Tuomet visi fotoelektronai pasiekia anodą. Soties srovė tiesiogiai proporcinga krintančiam į fotoelementą šviesos srautui.

ATOMO SANDARA

Neutronai gali sukelti kai kurių sunkiųjų elementų branduolių dalijimąsi. Nustatyta, kad apšaudant uraną neutronais atsiranda naujų cheminių elementų, priklausančių periodinės elementų lentelės vidurinei daliai. Branduolys ne tik pasidalija į dvi skeveldras (du naujus branduolius), bet kartu ir išspinduliuoja 2–3 neutronus ir γ kvantus. Pavyzdžiui:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{95}_{36}Kr + ^{139}_{56}Ba + 2^{1}_{0}n$$

arba

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{144}_{54}X + ^{90}_{38}Sr + 2^{1}_{0}n.$$

Dalijimosi metu atsiradę neutronai gali sukelti kitų branduolių dalijimąsi, kurio metu išspinduliuoti neutronai vėl sukels dalijimąsi. Tokia nenutrūkstama branduolių dalijimosi reakcija vadinama grandinine.

Dalijantis branduoliams, išsiskiria milžiniška energija, vadinama branduoline. Nejudančių dalijimo produktų masė (rimties masė) yra mažesnė už pradinių produktų rimties masę. Vadinasi, išsiskyrusi energija susijusi su rimties masės pokyčiu. XX a. pradžioje Einšteinas atrado tokį masės ir energijos sąryšį:

$$E = mc^2;$$

čia c – šviesos greitis ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s).

Todėl su mažais Δm masės pokyčiais susiję dideli energijos pokyčiai ΔE:

$$\frac{\Delta E}{\Delta m} = c^2.$$

Energijos pokytis vykstant branduolinei reakcijai $\Delta E = (\Sigma M_1 - \Sigma M_2)c^2$, čia ΣM_1 ir ΣM_2 dalelių masių suma prieš reakciją ir po jos. Jeigu $\Sigma M_1 > \Sigma M_2$, tai energija išsiskiria, o jeigu $\Sigma M_1 < \Sigma M_2$, energija absorbuojama. 1 a.m.v. masės defektą atitinka 931 MeV branduolio ryšio energija.

$$1 \text{ a.m.v.} = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Spręsdami uždavinius, jeigu reikia apskaičiuoti energijos pokytį įvykus branduolinei reakcijai, raskite dalelių masių prieš reakciją ir po reakcijos sumas; šį skirtumą ΔM padauginkite iš 931 $\frac{\text{MeV}}{\text{a.m.v.}}$. Jeigu $\Delta M > 0$, tai energija išsiskiria, o jeigu $\Delta M < 0$, tai energija absorbuojama. Jei reikia, ryšio energiją galima išreikšti džiauliais: $1 \text{ MeV} = 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ J.

Uždavinių sprendimų pavyzdžiai

1 pavyzdys

Monochromatinės natrio šviesos spindulys, kurio svyravimo dažnumas $f = 5\cdot10^{14}$ s^{-1}, pereina iš tuštumos į stiklą. Pastarojo lūžio rodiklis n = 1,5. Raskite natrio lempos šviesos bangos ilgį ir jo pakitimą, pereinant šviesai iš tuštumos į stiklą.

	$f = 5\cdot10^{14}$ s^{-1}
λ	$n = 1{,}5$
$\Delta\lambda$	$c = 3\cdot10^{8}$ m/s

Bangos ilgis vakuume susijęs su dažniu pagal šią formulę:

$$\lambda = \frac{c}{f}, \qquad (1)$$

$$\lambda = \frac{3\cdot10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{5\cdot10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}} = 600\cdot10^{-9}\,\mathrm{m} = 600\,\mathrm{nm}\,.$$

Stikle

$$\lambda_1 = \frac{v}{f}, \qquad (2)$$

v – šviesos greitis stikle.

$$v = \frac{c}{n}. \qquad (3)$$

Iš (1), (2), (3) randame

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda = \frac{c}{fn} - \frac{c}{f} = \frac{c}{f}\left(\frac{1}{n} - 1\right),$$

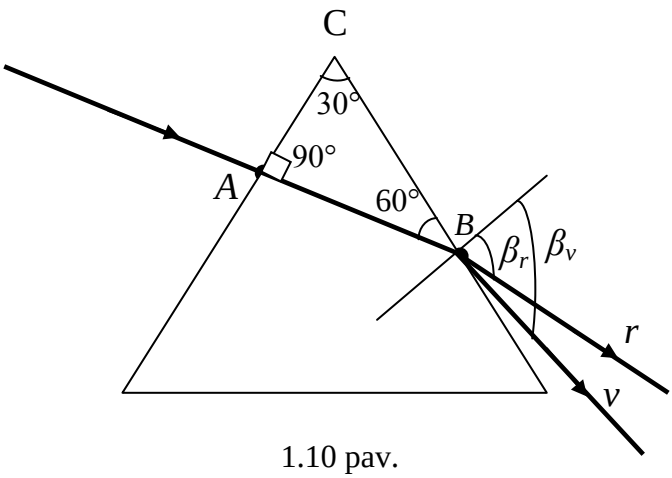
$$\Delta\lambda = \frac{3\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}}{5\cdot10^{14}\,s^{-1}}\left(\frac{1}{1{,}5} - 1\right) = 200\cdot10^{-9}\,\mathrm{m} = 200\,\mathrm{nm}.$$

Atsakymas: $\lambda = 600\,\mathrm{nm}$, $\Delta\lambda = 200\,\mathrm{nm}$.

2 pavyzdys

Baltas šviesos spindulys statmenai krinta į trisienę prizmę, kurios laužiamasis kampas 30°. Prizmės lūžio rodiklis raudoniesiems spinduliams 1,51, o violetiniams – 1,53. Kokiu kampu išsiskiria raudonieji ir violetiniai spinduliai, praėję pro prizmę?

$\Delta\beta$	$\gamma = 30°$ $n_r = 1{,}51$ $n_v = 1{,}53$



1.10 pav.

Į tašką A šviesos spindulys krinta statmenai prizmės paviršiui, todėl jis taške A nelūžta. Apskaičiuojame, kokiu kampu šviesos spindulys krinta taške B.

$\angle$CAB = 90° ir $\angle$ACB = 30°, tai $\angle$CBA = 60°. Taške B išvedame statmenį. Apskaičiuojame, kad α = 30°.

Apskaičiuojame lūžio kampą raudoniesiems spinduliams β_r. Kadangi spindulys eina iš optiškai tankesnės į optiškai retesnę aplinką, tai

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_r} = \frac{1}{n_r},$$

$$\sin\beta_r = n_r \sin\alpha = 1{,}51 \cdot \sin 30 = 0{,}755,$$

$$\beta_r \approx 49°.$$

Analogiškai apskaičiuojame lūžio kampą violetiniams spinduliams.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_v} = \frac{1}{n_v},$$

$$\sin\beta_v = n_v \sin\alpha,$$

$$\sin\beta_v = 1{,}53 \sin 30 = 0{,}765.$$

$$\beta_v = 50°.$$

Randame

$$\Delta\beta = \beta_v - \beta_v = 50° - 49° = 1°$$

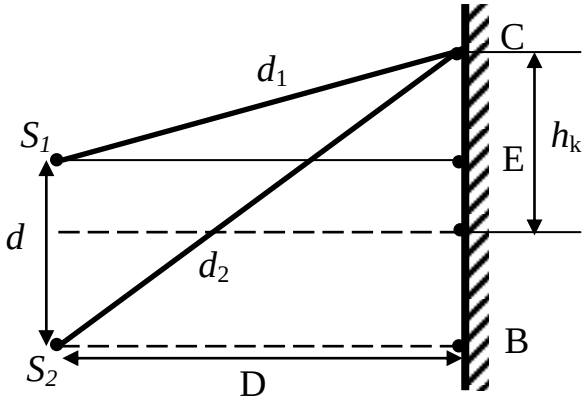
$$\Delta\beta = 1°.$$

Atsakymas: $\Delta\beta$ = 1°.

3 pavyzdys

Kiek kartų atliekant Jungo bandymą reikia pakeisti atstumą iki ekrano, kad atsiradęs 5-tasis interferencinis maksimumas būtų tuo pačiu atstumu nuo nulinio maksimumo, kaip ir buvęs trečias?

$\frac{D_3}{D_5}$	$k'_5 = 5$
	$k_3 = 3$
	$k_3 = k'_5$



1.11 pav.

d – atstumas tarp plyšių,
D – atstumas nuo plyšio iki ekrano,
h_k – atstumas nuo nulinio maksimumo iki bet kurio kito.

Ekrano taške C bus apšviestumo maksimumas, jeigu galios sąlyga:

$$d_2 - d_1 = k\lambda;$$

čia $k = 0; 1; 2; \ldots$

Trikampiams S_2CB ir S_1CE taikykime Pitagoro teoremą (1.11 pav.):

$$d_2^2 = D^2 + \left(h_k + \frac{d}{2}\right)^2,$$

$$d_1^2 = D^2 + \left(h_k - \frac{d}{2}\right)^2.$$

Iš pirmosios panariui atėmę antrąją, gauname:

$$d_2^2 - d_1^2 = 2h_k d,$$

$$(d_1 + d_2)(d_2 + d_1) = 2h_k d.$$

Kadangi $d<<D$, tai $d_1 + d_2 \approx 2D$. Vadinasi, $d_2 - d_1 \approx \frac{h_k d}{D}$. Atsižvelgę į tai, kad $d_2 - d_1 = k\lambda$, galime užrašyti:

$$k\lambda = \frac{h_k d}{D}.$$

Iš čia:

$$D = \frac{h_k d}{k\lambda}.$$

Buvęs atstumas:

$$D_3 = \frac{hd}{k_3\lambda}.$$

Atsiradęs atstumas:

$$D_5 = \frac{hd}{k_5\lambda},$$

$$\frac{D_3}{D_5} = \frac{\frac{hd}{k_3\lambda}}{\frac{hd}{k_5\lambda}} = \frac{k_5}{k_3} = \frac{5}{3} = 1{,}7 .$$

Atsakymas: atstumas turi sumažėti 1,7 karto.

4 pavyzdys

Difrakcinės gardelės konstanta keturis kartus didesnė už krintančios bangos ilgį. Kokios eilės didžiausią maksimumą stebėsime su tokia difrakcine gardele?

k	$d = 4\lambda$ $\varphi = 90°$

Difrakcinės gardelės maksimumų sąlyga:

$$d \sin\varphi = k\lambda ,$$

$$k = \frac{d \sin\varphi}{\lambda} ,$$

$$k = \frac{4\lambda \sin 90°}{\lambda} ,$$

$$k = 4.$$

Atsakymas: stebėsime ketvirtos eilės maksimumą.

5 pavyzdys

Kiek fotonų turi patekti į akies tinklainę per 1 s, kad akis jaustų šviesą, kurios bangos ilgis 0,5 µm, jeigu šviesos srauto galia yra $2\cdot10^{-17}$ W?

n	$t = 1$ s $\lambda = 5\cdot10^{-7}$ m $N = 2\cdot10^{-17}$ W $c = 3\cdot10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s

Visa į akį patenkanti šviesos energija

$$W = N\cdot t .$$

Vieno fotono energija

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda}.$$

Į akies tinklainę patenkančių fotonų skaičius

$$n = \frac{W}{E},$$

$$n = \frac{Nt}{h\frac{c}{\lambda}} = \frac{Nt\lambda}{hc},$$

$$n = \frac{2\cdot 10^{-17}\,\mathrm{W}\cdot 1\mathrm{s}\cdot 5\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{s}\cdot 3\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}},$$

$$n = 50.$$

Atsakymas: n = 50.

6 pavyzdys

Kokie yra spinduliai, kurių fotono energija lygi $4{,}8\cdot 10^{-19}$ J?

	$E = 4{,}8\cdot 10^{-19}$ J
λ	$c = 3\cdot 10^{8}$ m/s
	$h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ Js

Fotono enrgija

$$E = hf.$$

Šviesos dažnį ir ilgį sieja formulė

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

Taigi

$$E = h\frac{c}{\lambda}.$$

Iš šios formulės:

$$\lambda = \frac{hc}{E},$$

$$\lambda = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{s}\cdot 3\cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}8\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}},$$

$$\lambda = 410\ \mathrm{nm}.$$

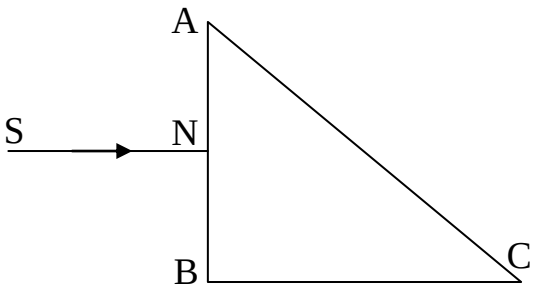
Atsakymas: tai ultravioletiniai spinduliai.

I TURO UŽDUOTYS

1. Šviesos bangos ilgis stikle 450 nm. Šviesa stiklu sklinda 180 000 km/s greičiu. Apskaičiuokite šviesos bangos dažnį, stiklo absoliutinį rodiklį ir šviesos bangos ilgį ore.

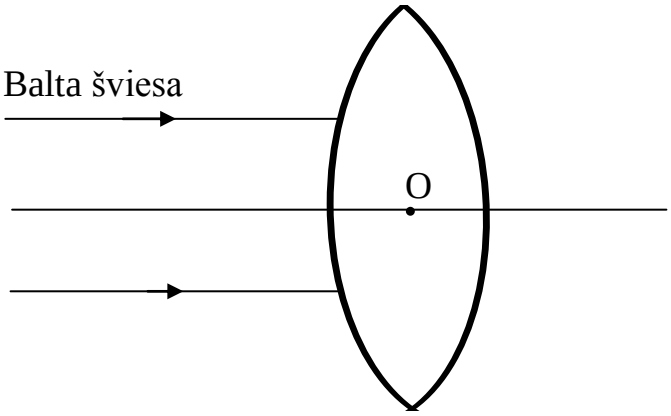
2. Vieno interferuojančių spindulių kelyje padėjo 10 cm ilgio chloro pripildytą vamzdelį, kito – tokį pat tuščią vamzdelį. Dėl to tarp spindulių atsirado 100λ (λ = 620 nm) eigų skirtumas. Koks chloro lūžio rodiklis?

3. Į stiklinę prizmę ABC krinta baltos šviesos spindulys SN (1.12 pav.). Koks turi būti mažiausias stiklinės prizmės laužiamasis kampas, kad violetinis spindulys visiškai atsispindėtų? Kokiu kampu išsiskiria raudonieji ir violetiniai spinduliai? Stiklo lūžio rodiklis raudoniesiems spinduliams 1,51, o violetiniams 1,53.

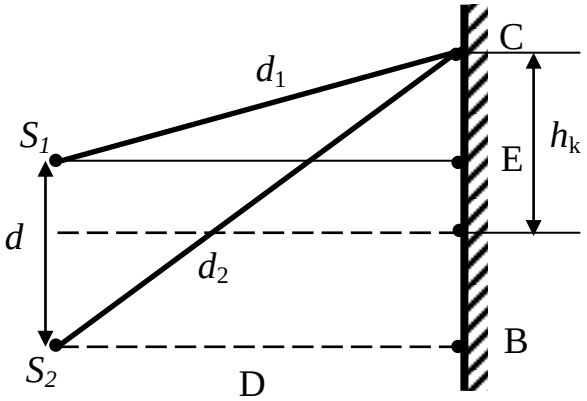


1.12 pav.

4. Į lęšį krinta balta šviesa (1.13 pav.). Kokios spalvos spinduliams glaudžiamojo lęšio židinio nuotolis yra didžiausias? Pavaizduokite raudonojo ir violetinio spindulio eigą.



1.13 pav.

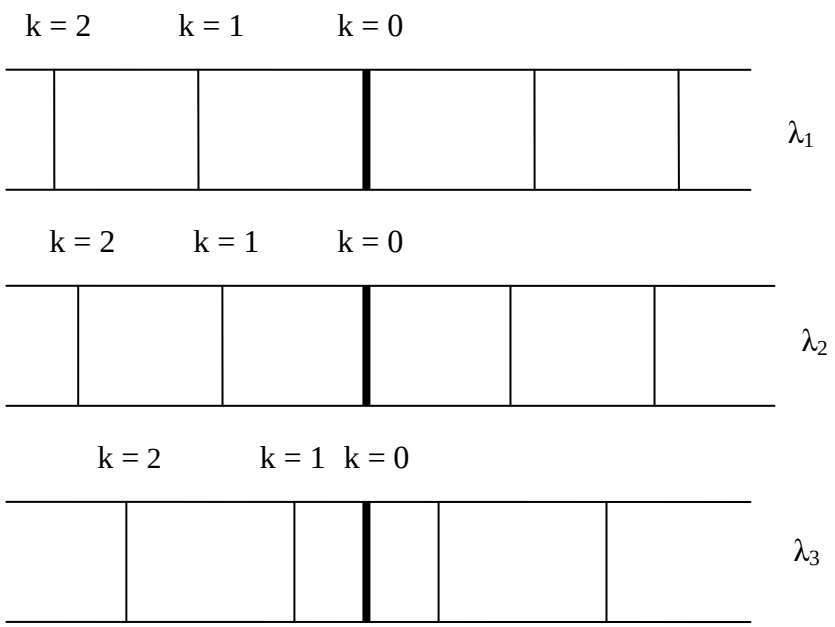


1.14 pav.

5. Skaidriame skystyje, kurio lūžio rodiklis n, atliekama Jungo bandymas su šviesa, kurios bangos ilgis λ. Atstumas nuo dvigubo plyšio iki ekrano D, atstumas tarp plyšių α (1.14 pav.). Išvesti formulę atstumui nuo nulinio maksimumo iki bet kurio kito apskaičiuoti.

6. Kokia turi būti difrakcinės gardelės konstanta, kad pirmasis difrakcinis minimumas būtų stebimas 90° kampu apšvietus λ = 760 nm šviesa?

7. Į difrakcinę gardelę krinta trys bangos, kurių ilgiai λ_1 , λ_2 , λ_3. 1.15 paveiksle pateikti difrakciniai vaizdai gauti ekrane. Įrodykite, kad $\lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_1$.



1.15 pav.

8. Difrakcinės gardelės viename milimetre yra 560 plyšių. Ji apšviečiama saulės šviesa. ℓ = 3,50 m nutolusiame ekrane stebimas regimosios šviesos pirmos eilės spektras. Koks šio spektro plotis ekrane?

9. Šviesos spindulio dažnis $4 \cdot 10^{14}$ Hz (šviesos greitis vakuume $3 \cdot 10^{8}$ m/s, Planko konstanta $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s). Kam lygi fotono energija? Koks šviesos bangos ilgis vakuume? Ar kinta fotono energija spinduliui pereinant iš vienos aplinkos į kitą?

10. Į fotoelementą krinta 65 mW galios monochromatinė šviesa, kurios bangos ilgis 0,48 μm. Vieną fotoelektroną išlaisvina vidutiniškai kas vienuoliktas fotonas. Kiek fotonų yra per 1 s krintančiame šviesos sraute? Kokią šviesos energiją per 1 s panaudoja fotoelementas soties srovei kurti?

11. Fotoelektrono įgyta kinetinė energija yra 2 kartus didesnė už jo išlaisvinimo iš medžiagos darbą *A*. Kokia krintančios šviesos kvanto energija?

12. Metalo paviršių paeiliui apšvietė geltona, mėlyna, žalia ir raudona šviesa. Elektronų išlėkimas užfiksuotas tik šviečiant vienos spalvos šviesai?

13. Bandymo metu tiriamoji plokštelė įelektrinama neigiamai. Apšviesta 396 nm ilgio šviesa, plokštelė išelektrinama. Ar išsielektrins tiriamoji plokštelė, jei prieš apšvietimą ji bus įelektrinta teigiamai? Ar vyks fotoefektas, jei tuo pačiu šaltiniu

apšviesime kito metalo plokštelę, kurioje elektronų išlaisvinimo darbas lygus $6{,}72 \cdot 10^{-19}$ J?

14. Fotoefekto raudonoji riba 300 nm. Kokio ilgio šviesa reikia apšviesti metalą, kad išlėkusių elektronų kinetinė energija būtų lygi išlaisvinimo darbui?

15. Raskite energiją ir spinduliuojamų bangų ilgį, kai fotonų masė yra lygi elektrono rimties masei.

16. Gamtoje pasitaiko tokia natūralaus radioaktyviojo skilimo seka: ${}^{213}_{83}Bi \rightarrow {}^{209}_{81}TI \rightarrow {}^{209}_{82}Pb \rightarrow {}^{209}_{83}Bi$. Kokia dalelė išlekia iš branduolio kiekvieno rodykle pažymėto skilimo metu? Parašykite reakcijos lygtis.

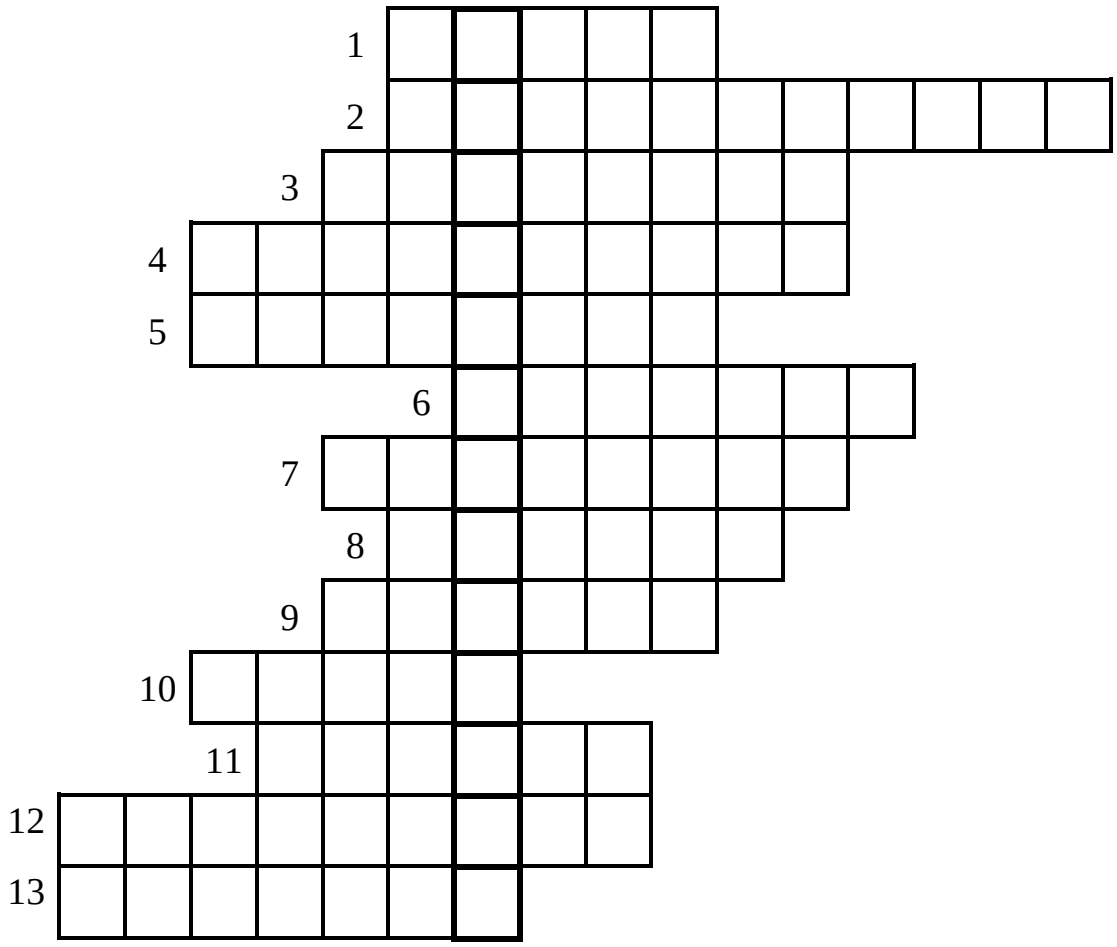
17. ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow 2{}^{4}_{2}He$ branduolinėje reakcijoje energija išskiriama ar suvartojama. Kiek energijos išskiriama arba suvartojama?

18. Atominėje elektrinėje urano branduolių dalijimąsi sukelia lėti neutronai. Vyksta tokia reakcija: ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{134}_{52}Te + {}^{98}_{40}Zn + ... {}^{1}_{0}n + 200MeV$. Įrašykite po skilimo susidariusių neutronų skaičių.

19. Koks elektrinės naudingumo koeficientas, jeigu tik penktadalis branduolinio kuro energijos virsta elektros energija?

20. Teisingai išsprendę kryžiažodį, stačiame stulpelyje perskaitykite, kaip vadinasi krateriai, kuriuos išmuša meteoritai atsitrenkdami į Žemę.

1. Artimiausia žvaigždė.
2. Mokslas apie dangaus kūnus.
3. Mažiausio tankio planeta.
4. Mažosios planetos.
5. Meteoroidas, sudegęs Žemės atmosferoje.
6. Meteoras, arba ....
7. Mėnulio fazė.
8. Planeta, kurios sukimosi ašis beveik statmena orbitos plokštumai.
9. Uodeguota žvaigždė.
10. Zodiako žvaigždynas.
11. Marso palydovas.
12. Erdvinė žvaigždžių sistema.
13. Žemės palydovas.


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

II TURAS

KINEMATIKA. DINAMIKA

Metodiniai nurodymai

Bendrosios fizikos kurso kinematikos uždaviniuose nagrinėjamas vieno ar keleto materialiųjų taškų tolyginis ir tolygiai kintamas tiesiaeigis ir kreivaeigis judėjimas (dažnai išskiriant judėjimą apskritimu), kietojo kūno sukimasis. Kinematikoje kūnų judėjimas nagrinėjamas neaiškinant judėjimo priežasčių, t. y. nevartojant nei jėgos F, nei masės m sąvokos. Visus kinematikos uždavinius galima suskirstyti į 2 grupes:

1) rasti bet kurį judėjimo parametrą (greitį, pagreitį, ...), kai yra žinomas dėsnis, pagal kurį juda kūnas (tiesioginis uždavinys);

2) nustatyti judėjimo dėsnį, žinant kurį nors parametrą (atvirkštinis uždavinys).

Kaip spręsti kinematikos uždavinius? Pirmiausia, išnagrinėjus ir sutrumpintai užrašius uždavinio sąlygą, reikia nubraižyti brėžinį. Brėžinyje reikia pažymėti taško judėjimo trajektoriją, greičių ir pagreičių vektorius nurodytais laiko momentais, pažymėti sąlygoje nurodytus laiko intervalus. Po to pasirenkama atskaitos sistema (dažniausiai stačiakampė Dekarto koordinačių sistema). Jeigu nėra specialių nurodymų, koordinačių pradžia susiejama su pradiniu judėjimo tašku, o ašis Ox nukreipiama judėjimo kryptimi. Apskritai koordinačių ašis patogu nukreipti taip, kad kuo mažiau reikėtų skaidyti vektorius, t. y. kad kuo daugiau vektorių projekcijų būtų lygių nuliui. Pasirinkus atskaitos sistemą, reikia pažymėti visas judančio taško koordinates nurodytais ir ieškomaisiais laiko momentais. Greičių ir pagreičių vektoriai išskaidomi į dedamąsias Ox ir Oy ašyse ir suprojektuojami. Projekcijų ženklai nustatomi taip: jei vektorius sudaro smailųjį kampą su pasirinkta ašimi, tai jo projekcija teigiama, jei bukąjį – projekcija neigiama, jei statųjį – projekcija lygi nuliui (kampas nuskaitomas nuo ašies link vektoriaus prieš laikrodžio rodyklę). Kai ieškomojo vektoriaus projekcija iš anksto nežinoma, vektoriaus kryptis pasirenkama laisvai ir lygtyse jo projekcija užrašoma su ženklu, atitinkančiu pasirinktą kryptį. Jei atsakyme gaunamas teigiamas ženklas, tai vektoriaus dedamoji išilgai ašies nukreipta pasirinkta kryptimi. Neigiamas ženklas rodo, kad pasirinkta vektoriaus kryptis yra priešinga.

Nubraižius brėžinį, koordinačių, greičių ir pagreičių projekcijų kinematinėmis lygtimis susiejami visi naudojami dydžiai, užrašomos papildomos uždavinio sąlygos. Taigi sudaroma kinematinių lygčių sistema. Patikrinus nežinomųjų skaičių (jis turi būti lygus lygčių skaičiui), sistema išsprendžiama ieškomųjų dydžių atžvilgiu, laikantis bendrųjų nurodymų.

Trumpai aptarsime įvairių tipų kinematikos uždavinių sprendimo ypatybes:

• Kai kurių uždavinių sąlygoje duodamas ne vieno, o kelių (dažniausiai dviejų) kūnų tiesiaeigis tolyginis judėjimas atskaitos sistemoje, susietoje su Žeme arba kita kokia nors atskaitos sistema. Šiais atvejais uždavinių sprendimas supaprastėja, jei visus judėjimus nagrinėsime atskaitos sistemoje, susietoje su vienu iš kūnų. Kartais tokios atskaitos sistemos parinkimas būtinas. Reikia prisiminti, kad, jei kūnas A juda kūno B atžvilgiu greičiu $\vec{v}_1$, tai, remiantis judėjimo reliatyvumu, kūnas B juda greičiu $\vec{v}_2$ kūno A atžvilgiu. Be to,

$$\vec{v}_1 = -\vec{v}_2.$$

• Jei materialusis taškas dalyvauja dviejuose judėjimuose, tai jo poslinkis $\Delta\vec{s}$ lygus vektorinei poslinkių kiekviename judėjime sumai nepriklausomai nuo to, ar vienu metu vyko tie judėjimai:

$$\Delta\vec{s} = \Delta\vec{s}_1 + \Delta\vec{s}_2.$$

Jei judėjimai vyko tuo pačiu metu, tai, padaliję abi lygties puses iš judėjimo laiko Δt, gauname:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,$$

t. y. taško greitis sudėtingame judėjime lygus vektorinei greičių sumai atskiruose judėjimuose.

• Sprendžiant uždavinius, kuriuose nagrinėjamas kūnų judėjimas vertikaliai aukštyn ir žemyn, reikia prisiminti, kad kūnas, tiek judėdamas aukštyn, tiek krisdamas žemyn, juda laisvojo kritimo pagreičiu $\vec{g}$, kurio modulis ir kryptis yra žinoma ($\vec{g}$ vektorius nukreiptas vertikaliai žemyn). Be to, kai nėra oro pasipriešinimo, kūno kilimo iki aukščiausio trajektorijos taško laikas yra lygus kritimo į pradinį tašką laikui ($t_{kil.} = t_{krit.}$), o greičio modulis kritimo pabaigoje lygus pradinio greičio moduliui, tik priešingos šių vektorių kryptys ($\vec{v}_{krit} = -\vec{v}_0$).

• Nagrinėjant kampu į horizontą mestų kūnų judėjimą, atskaitos sistemos pradžią patogu susieti su išmetimo tašku, ašį *Ox* nukreipti išilgai Žemės paviršiaus, o ašį *Oy* statmenai jam. Galioja judėjimų nepriklausomumo principas, pagal kurį šį judėjimą galime nagrinėti kaip dviejų vienalaikių judėjimų *Ox* ir *Oy* ašimis sumą. Reikia nepamiršti, kad judėjimo laikas *Ox* ašimi lygus judėjimo laikui *Oy* ašimi, judėjimo greitis *Ox* ašimi, kai nėra oro pasipriešinimo, nekinta ir yra lygus pradinio greičio $\vec{v}_0$ dedamąjai *Ox* ašyje, o kūno pagreitis kiekviename trajektorijos taške pastovus ir lygus $\vec{g}$. Taigi, sprendžiant šiuos uždavinius, pirmiausia randamos pradinio greičio dedamosios ašyse *Ox* ir *Oy*, po to sudaromos skaliarinės judėjimo lygtys kiekvienai krypčiai.

• Taško judėjimo apskritimu ir kietojo kūno sukimosi aplink nejudančią ašį uždaviniai iš esmės nesiskiria nuo tiesiaeigio judėjimo uždavinių. Skirtumas tik tas,

kad šiuo atveju, be bendrųjų taško kinematikos lygčių, reikia taikyti ir kampinio greičio, įcentrinio pagreičio bei kampinio poslinkio lygtis.

• Atskiras judėjimo apskritimu atvejis yra dirbtinių Žemės palydovų judėjimas. Sprendžiant šiuos uždavinius, reikia atsiminti, kad skriejantys aplink Žemę arti jos paviršiaus palydovai juda apskritimine orbita. Jų įcentrinis pagreitis lygus laisvojo kritimo pagreičiui ($a_{ic.} = g$), t. y. palydovai laisvai krinta.

• Svarbią vietą užima uždaviniai, kuriuos sprendžiant taikomi grafikai. Šiuo atveju reikia gerai žinoti elementariųjų funkcijų – tiesės, parabolės lygtis, tolygiai, tolygiai kintamai judančio kūno pagreičio, greičio, poslinkio, kelio ir koordinatės lygtis. Svarbu gerai mokėti tirti šių funkcijų grafikus.

Dinamika nagrinėja kūnų judėjimo dėsnius, atsižvelgdama į priežastis, sąlygojančias to judėjimo pobūdį.

Kūno judėjimo greitis kinta (kūnas įgyja pagreitį) arba kūnas deformuojasi, jei šį kūną veikia aplinkiniai kūnai. Šios sąveikos matas yra jėga. Jėga – vektorinis dydis. Ją apibūdina skaitinė vertė, veikimo kryptis ir veikimo taškas.

Šiame ture nagrinėjamas kūnų, į kurių matmenis duotomis sąlygomis galime neatsižvelgti, judėjimas (materialiojo taško judėjimas).

Kai materialųjį tašką veikia keletas jėgų $\vec{F}_1, \vec{F}_2 ... \vec{F}_n$, jų veikimą galima pakeisti vienos jėgos $\vec{F}$, kuri yra duotųjų jėgų atstojamoji, veikimu (***superpozicijos principas***):

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.$$

Be to, galioja jėgų veikimo ***nepriklausomumo principas***: jei kūną vienu metu veikia keletas jėgų, tai kiekvienos jėgos poveikį galima nagrinėti nepriklausomai nuo kitų jėgų.

Dinamikos pagrindas – trys Niutono dėsniai, suformuluoti materialiajam taškui, judančiam inercinėse atskaitos sistemose.

Pirmasis Niutono dėsnis. Kai materialųjį tašką veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui, taškas nejuda arba juda tiesiai ir tolygiai:

kai $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0, \; tai \; \vec{v} = const.$

Antrasis Niutono dėsnis. Materialiojo taško judesio kiekio pokytis per laiko vienetą lygus tašką veikiančiai jėgai ir nukreiptas išilgai šios jėgos veikimo tiesės:

$$\frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F};$$

čia $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$ ir $\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$ – taško judesio kiekiai stebėjimo laikotarpio Δt pradžioje ir pabaigoje, $\vec{F}$ – jėga, veikianti tašką laiko tarpą Δt.

Jei per jėgos veikimo laiką taško masė nekinta $m_1 = m_2 = m$, tai lygtį galima užrašyti taip:

$$\vec{F} = m\vec{a}; \tag{2.1}$$

čia $\vec{a}$ – taško pagreitis.

Tai yra pagrindinė materialiojo taško dinamikos lygtis.

Trečiasis Niutono dėsnis. Du kūnai veikia vienas kitą jėgomis, kurių moduliai lygūs, o kryptys priešingos:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \tag{2.2}$$

Šios jėgos veikia skirtingus kūnus!

Sprendžiant dinamikos uždavinius patartina vadovautis tokia sprendimo tvarka:

• Nubraižome brėžinį ir pavaizduojame visas kūną veikiančias jėgas. Norint teisingai nustatyti jėgų kryptis, būtina prisiminti, kad sunkio jėga nukreipta vertikaliai į apačią; atramos reakcijos jėga, nesant trinties, statmena besiliečiantiems paviršiams jų susilietimo taške ir nukreipta kūno kryptimi; siūlo įtempimo jėga nukreipta išilgai siūlo link pakabinimo taško.

• Užrašome antrąjį Niutono dėsnį vektorine forma.

• Jei jėgos veikia ne viena tiese, tai parenkamos dvi statmenos koordinačių ašys (dvi kryptys) *Ox* ir *Oy*, esančios jėgų veikimo plokštumoje.

• Suprojektuojame visas kūną veikiančias jėgas pasirinktose koordinačių ašyse. Tada užrašome antrąjį Niutono dėsnį dviem skaliarinėmis lygtimis:

$$\sum F_x = ma_x,$$
$$\sum F_y = ma_y.$$

Jei judėjimas tiesiaeigis, tai vieną ašį (*Ox*) nukreipiame pagreičio kryptimi, o kitą ašį (*Oy*) – statmenai pagreičio krypčiai. Tada šios lygtys supaprastėja, nes $a_x = a$, $a_y = 0$ ir

$$\sum F_x = ma,$$
$$\sum F_y = 0.$$

Visų projekcijų ženklai nustatomi projekcijų rašymo taisyklėmis.

• Materialiajam taškui tolygiai judant R spindulio apskritimu antrasis Niutono dėsnis

$$\sum F_i = ma_{ic};$$

čia $\sum F_i$ – jėgų projekcijų (apskritimo spindulio kryptimi) suma, $a_{ic} = \dfrac{v^2}{R} = \omega^2 R$ – įcentrinis taško pagreitis, v – linijinis greitis, ω – kampinis greitis.

• Jei uždavinyje nagrinėjamos surištosios sistemos, tai judėjimo lygtis užrašome kiekvienam kūnui atskirai. Jei reikia, užrašomos kinematinės lygtys,

susiejančios atskirų sistemos kūnų judėjimo pagreičius. Kai kūnai surišti nesvariu siūlu, siūlo įtempimas yra vienodas visame siūlo ilgyje.

• Išsprendžiame gautą lygčių sistemą ir gauname galutinį raidinį atsakymą.

• Apskaičiuojame rezultato skaitinę vertę ir išanalizuojame rezultatą.

Pagrindinės formulės:

• Kinematinės materialiojo taško judėjimo lygtys koordinatine forma:

$$x = x(t),$$
$$y = y(t),$$
$$z = z(t).$$

Šios lygtys gali būti pakeistos viena vektorine lygtimi:

$$\vec{s} = \vec{s}(t).$$

• Vidutinis greitis:

$$\vec{v}_{vid} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}; \qquad (2.3)$$

čia $\Delta\vec{s}$ – materialiojo taško poslinkis per laiką Δt.

• Vidutinis judėjimo greitis (skaliarinis dydis):

$$v_{vid} = \frac{\Delta\ell}{\Delta t};$$

čia $\Delta\ell$ – taško nueitas kelias per laiką Δt. Bendru atveju $\Delta\ell \geq |\Delta\vec{s}|$, todėl

$$v_{vid} \geq |\vec{v}|.$$

• Vidutinis pagreitis:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t};$$

čia $\Delta\vec{v}$ – taško greičio pokytis per laiką Δt.

• Įcentrinio pagreičio modulis:

$$a_{ic} = \frac{v^2}{R}; \qquad (2.4)$$

čia R – trajektorijos kreivumo spindulys nagrinėjamame trajektorijos taške.

• Tiesiaeigio tolyginio judėjimo atveju ($v = const$, $a = 0$) kinematinė judėjimo lygtis:

$$x = x_o + vt; \qquad (2.5)$$

čia x – taško koordinatė bet kuriuo laiko momentu, x_0 – pradinė koordinatė.

• Tiesiaeigio tolygiai kintamo judėjimo atveju ($a = const$) kinematinė judėjimo lygtis:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}; \qquad (2.6)$$

čia v_0 – pradinis judėjimo greitis.

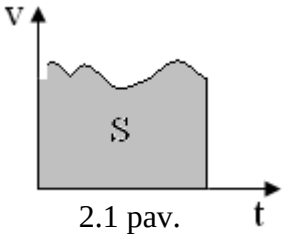
Jei $a > 0$, tai judėjimas tolygiai greitėjantis.

Jei $a < 0$, tai judėjimas tolygiai lėtėjantis.

• Tolygiai kintamo judėjimo atveju taško greitis:

$$v = v_0 + at. \tag{2.7}$$

• Jei žinoma greičio priklausomybė nuo laiko $v = v(t)$, tai kreivės $v = v(t)$ apribotas plotas savo skaitine verte lygus nueitam keliui:



2.1 pav.

• Jei žinoma pagreičio priklausomybė nuo laiko, tai kreivės $a = a(t)$ apribotas plotas savo skaitine verte lygus greičiui.

• Kampinio greičio modulis:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \tag{2.8}$$

čia T – sukimosi periodas – vieno pilno apsisukimo laikas.

• Sukimosi dažnis:

$$f = \frac{1}{T}. \tag{2.9}$$

• Ryšys tarp linijinio ir kampinio greičio:

$$v = \omega R. \tag{2.10}$$

• Antrasis Niutono dėsnis pastovios masės materialiajam taškui:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a};$$

čia $\sum \vec{F}$ – tašką veikiančių jėgų atstojamoji, m – taško masė, $\vec{a}$ – taško pagreitis.

• Rimties trinties jėgos F_{tr} modulis randamas:

$$F_{tr} = \mu N; \tag{2.11}$$

čia μ – rimties trinties koeficientas, būdingas besiliečiančių paviršių porai, N – normalinio slėgimo jėga.

Kai kūno judėjimo greitis mažas, tai pagal šią lygtį apskaičiuojama ir slydimo trinties jėga, nes slydimo trinties koeficientas mažai skiriasi nuo rimties trinties koeficiento.

• Visuotinės traukos dėsnis. Du materialieji taškai (vienalyčiai rutuliai) traukia vienas kitą jėga, tiesiog proporcinga jų masių sandaugai ir atvirkščiai proporcinga atstumo tarp jų (jų centrų) kvadratui:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}; \tag{2.12}$$

čia $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (N · m^2)/kg^2 – gravitacijos konstanta.

• Jėga, kuri atsiranda kūnų deformacijos metu ir priešinasi jų formos ir tūrio kitimui, vadinama tamprumo jėga:

$$\left|F_{tampr}\right| = k \cdot \Delta x; \qquad (2.13)$$

čia k – tamprumo koeficientas (spyruoklės atveju – standumas), Δx – absoliutinis pailgėjimas arba sutrumpėjimas.

• Kiekvieną kūną, esantį skystyje (dujose), veikia išstumiančioji jėga (Archimedo jėga), skaitine verte lygi išstumto skysčio (dujų) svoriui:

$$F_A = \rho_0 g V; \qquad (2.14)$$

čia ρ_0 – skysčio (dujų) tankis, V – išstumto skysčio (dujų) tūris, skaitine verte lygus panirusios kūno dalies tūriui.

• Materialiųjų taškų sistemos masių centro koordinatės:

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i};$$

$$y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i};$$

$$z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}.$$

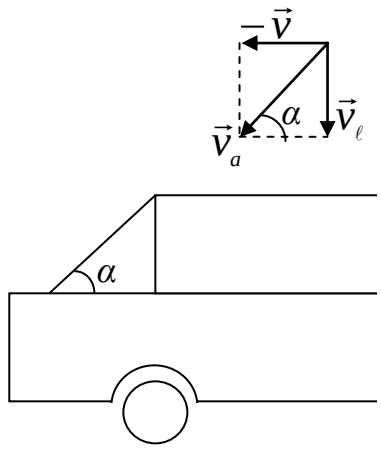
• Uždaroje sistemoje masių centras arba juda tiesiai ir tolygiai, arba yra rimtyje.

Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1 pavyzdys

Lengvojo automobilio vairuotojas pastebėjo, kad, važiuojant per lietų, užpakalinis automobilio stiklas sausas. Lietaus lašai krinta vertikaliai žemyn 15 m/s greičiu. Automobilio stiklas sudaro 60° kampą su horizontaliąja plokštuma. Kokiu greičiu važiuoja automobilis?

v	$\alpha = 60^o$
	$v_\ell = 15$ m/s



Lietaus lašai nekris ant automobilio stiklo, jei jų atstojamojo greičio vektorius $\vec{v}_a$ sudarys 60° kampą su horizontaliąja plokštuma.

2.2 pav.

Lietaus lašas žemės atžvilgiu juda vertikaliai žemyn 15 m/s greičiu ir automobilio atžvilgiu greičiu – $\vec{v}$.

Iš brėžinio (2.2 pav.):

$$v = v_\ell ctg\alpha,$$

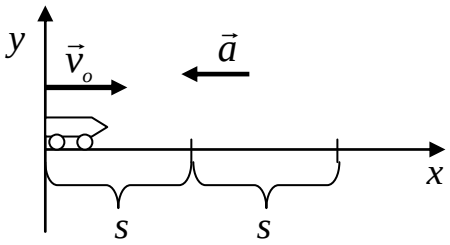
$$v = 31 \text{ km/h}.$$

Atsakymas: $v = 31$ km/h.

2 pavyzdys

Važiavęs pastoviu greičiu automobilis pradeda stabdyti. Per laiką t_1 = 2 s jis nuvažiuoja s = 24 m kelią. Per kitas t_2 = 4 s automobilis nuvažiuoja tokį pat kelią (2.3 pav.). Kokiu greičiu važiavo automobilis?

	t_1 = 2 s
v_0	t_2 = 4 s
	s = 24 m



2.3 pav.

Pirmąją dalį automobilis tolygiai lėtėjo, todėl:

$$s = v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2} \qquad (1)$$

Per laiką $t_1 + t_2$ automobilis nuvažiuoja kelią 2s, todėl

$$2s = v_0 (t_1 + t_2) - \frac{a (t_1 + t_2)^2}{2} \qquad (2)$$

Iš (1) lygties:

$$\frac{a t_1^2}{2} = v_0 t_1 - s. \qquad (3)$$

Iš (2) lygties:

$$\frac{a (t_1 + t_2)^2}{2} = v_0 (t_1 + t_2) - 2s. \qquad (4)$$

(3) lygtį padaliję iš (4), gauname:

$$\frac{t_1^2}{(t_1 + t_2)^2} = \frac{v_0 t_1 - s}{v_0 (t_1 + t_2) - 2s}.$$

Iš čia:

$$v_0 = \frac{s (t_1 t_2 + t_2^2 - t_1^2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)},$$

$$v_0 = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Atsakymas: $v_0 = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3 pavyzdys

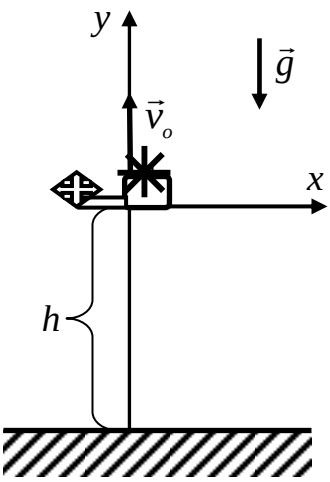
Iš sraigtasparnio, esančio *h* aukštyje, paleidžiamas laisvai kristi kūnas. Po kiek laiko kūnas nukris ant žemės, jei: 1) sraigtasparnis nejuda, 2) sraigtasparnis kyla į viršų pastoviu greičiu v_0? Laisvojo kritimo pagreitis *g*. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

t_1	h
t_2	v_0
	g

1) Pirmuoju atveju atskaitos sistemą susiekime su sraigtasparniu, o ašį nukreipkime žemyn. Kadangi pradinis greitis lygus nuliui, tai:

$$h = \frac{gt_1^2}{2},$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$



2.4 pav.

2) Šiuo atveju atskaitos sistemą susiekime su sraigtasparniu, tačiau ašį nukreipkime aukštyn (toks pasirinkimas, aišku, neprivalomas).

Dabar pradinis krovinio greitis lygus sraigtasparnio greičiui (2.4 pav.). Užrašome judėjimo lygtį:

$$y = v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}.$$

Kai kūnas nukris ant žemės, jo koordinatė bus lygi

$$y = -h,$$

$$-h = v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2},$$

arba:

$$gt_2^2 - 2v_0 t_2 - 2h = 0.$$

Iš čia

$$t_2 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}.$$

Šaknis su „–“ ženklu netinka (neigiamas laikas), todėl:

$$t_2 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}.$$

Atsakymas: $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}, t_2 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}.$

4 pavyzdys

Kūnas metamas v_0 = 20 m/s pradiniu greičiu. Po t = 0,8 s jo greitis v = 17 m/s. Į kokį didžiausią aukštį buvo pakilęs kūnas?

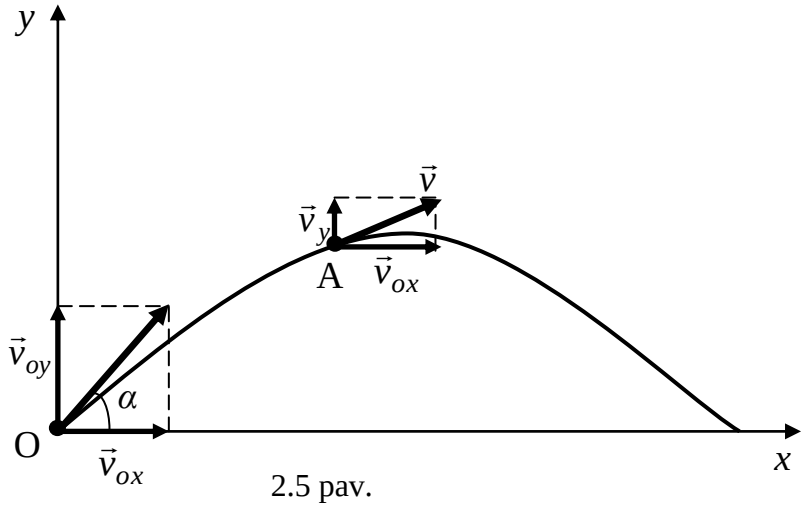
h	v_0 = 20 m/s t = 0,8 s v = 17 m/s g = 10 m/s^2

Tarkime, kad kūnas buvo išmestas vertikaliai į viršų. Tada jo greitis po t = 0,8 s būtų

$$v = v_0 - gt.$$

$$v = 12 \text{ m/s}.$$

Kadangi tai prieštarauja sąlygai, tai kūnas buvo išmestas kampu į horizontą. Braižome brėžinį (2.5 pav.). Tarkime, kad kūno greitis lygus v taške A.



2.5 pav.

Žinome, kad didžiausias pakilimo aukštis h:

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g}. \qquad (1)$$

Kūno greitis taške O:

$$v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2. \qquad (2)$$

Kūno greitis taške A:

$$v^2 = v_{0x}^2 + v_y^2. \qquad (3)$$

Iš (2) lygties atėmę (3) gauname:

$$v_0^2 - v^2 = v_{0y}^2 - v_y^2.$$

Kadangi

$$v_y = v_{0y} - gt,$$

tai

$$v_0^2 - v^2 = 2v_{0y}gt - g^2t^2.$$

Iš čia:

$$v_{0y} = \frac{v_0^2 - v^2 + g^2t^2}{2gt}. \qquad (4)$$

(4) lygtį įrašę į (1) gauname:

$$h = \frac{\left(v_0^2 - v^2 + g^2t^2\right)^2}{8g^3t^2}$$

$$h \approx 6 \text{ m}.$$

Atsakymas: $h \approx 6$ m.

5 pavyzdys

Iš 0,4 m ilgio graižtvinio šautuvo vamzdžio kulka išlekia 200 m/s greičiu. Kulka juda tolygiai greitėdama ir vamzdyje apsisuka 2 kartus apie savo ašį. Raskite, koks bus kulkos kampinis greitis jai išlekiant iš vamzdžio.

ω	$\ell = 0{,}4$ m v = 200 m/s n = 2

Kampinis kulkos greitis:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}, \qquad (1)$$

čia

$$\varphi = 2\pi n, \qquad (2)$$

kampas, kuriuo pasisuko kulka per judėjimo vamzdyje laiką *t*.

Kulkos judėjimo vamzdyje laiką rasime iš kulkos slenkamojo judėjimo:

$$\ell = \frac{at^2}{2},$$

$$v = at.$$

Iš čia:

$$t = \frac{2\ell}{v}. \qquad (3)$$

(2), (3) lygtis įrašę į (1) gauname:

$$\omega = \frac{n\pi\ v}{\ell}.$$

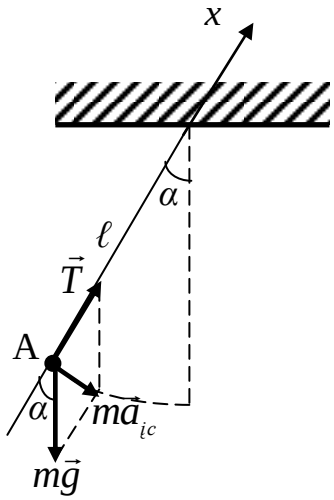
$$\omega = 3{,}14 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Atsakymas: $\omega = 3{,}14 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

6 pavyzdys

Ant ℓ ilgio siūlo pakabintas *m* masės rutuliukas svyruoja vertikalioje plokštumoje. Kai siūlas sudaro *α* kampą su vertikale, rutuliuko greitis *v*. Kokia siūlo įtempimo jėga tuo momentu?

T	ℓ
	α
	v



2.6 pav.

Rutuliuką taške A veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir siūlo įtempimo jėga $\vec{T}$. Šios dvi jėgos priverčia rutuliuką šiame taške judėti ℓ spindulio apskritimu (2.6 pav.).

Pagal II Niutono dėsnį:

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_{ic}.$$

Ašį *x* nukreipiame išilgai siūlo ir suprojektuojame jėgas į šią ašį:

$$T - mgcos\alpha = m\frac{v^2}{\ell}.$$

Iš čia:

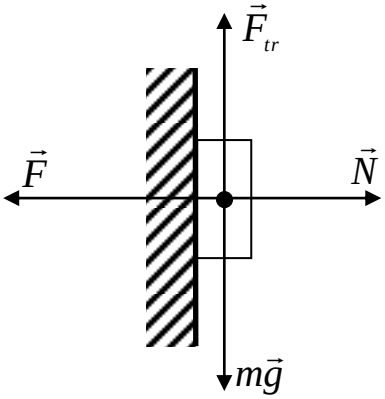
$$T = \frac{m(g\ell\cos\alpha + v^2)}{\ell}.$$

Atsakymas: $T = \frac{m(g\ell\cos\alpha + v^2)}{\ell}$.

7 pavyzdys

***m* masės krovinėlis spaudžiamas prie vertikalios sienos horizontalia jėga *F* = 4*mg*. Koks turi būti trinties koeficientas *μ* tarp krovinėlio ir sienos, kad krovinėlis judėtų?**

μ	m
	$F = 4mg$



2.7 pav.

Krovinėlį veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, trinties jėga $\vec{F}_{tr}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}$, jėga $\vec{F}$ (2.7 pav.). Kad krovinėlis pradėtų judėti, turi būti tenkinama sąlyga:

$$mg \geq F_{tr}.$$

Kadangi

$$F_{tr} = \mu N = \mu 4mg,$$

tai

$$\mu \leq 0{,}25.$$

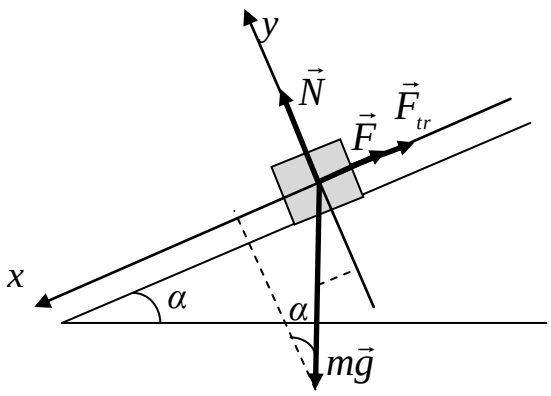
Jei $\mu = 0{,}25$, tai krovinėlis judės pastoviu greičiu, jei $\mu < 0{,}25$, krovinėlis judės su pagreičiu.

Atsakymas: $\mu \leq 0{,}25$.

8 pavyzdys

Greitojo nusileidimo varžybose *m* = 90 kg masės slidininkas leidžiasi nesispirdamas lazdomis. Kalno pasvirimo kampas *α* = 45°. Trinties koeficientas tarp slidžių ir sniego *μ* = 0,1, oro pasipriešinimo jėga proporcinga greičio kvadratui: $F = \alpha v^2$, čia *α* = 0,7 kg/m. Kokį didžiausią greitį gali pasiekti slidininkas?

v	$m = 90$ kg $\alpha = 45°$ $\mu = 0{,}1$ $\alpha = 0{,}7$ kg/m $g = 10$ m/s^2



2.8 pav.

Didžiausią greitį slidininkas pasieks, kai visą jį veikiančių jėgų atstojamoji bus lygi nuliui (2.8 pav.). Slidininką veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}$, trinties jėga $\vec{F}_{tr}$, oro pasipriešinimo jėga $\vec{F}$.

Pagal II Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{tr} = 0.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktas *x* ir *y* ašis:

x: $$mg \sin\alpha - F - F_{tr} = 0, \quad (1)$$

čia

$$F_{tr} = \mu N, \quad (2)$$

$$F = \alpha v^2. \quad (3)$$

y: $$N - mg \cos\alpha = 0. \quad (4)$$

(4), (3), (2) lygtis įrašę į (1), gauname:

$$v = \sqrt{\frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\alpha}}.$$

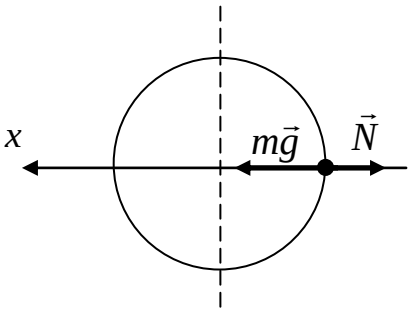
$$v = 28{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Atsakymas: $v = 28{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

9 pavyzdys

Koks turėtų būti Žemės sukimosi apie savo ašį periodas *T*, kad pusiaujyje esantys kūnai būtų nesvarūs? Žemės spindulys *R* = 6400 km.

T	$R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m $g = 10$ m/s^2



2.9 pav.

Kūną, esantį pusiaujyje, veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir atramos reakcijos jėga $\vec{N}$ (2.9 pav.). Šios dvi jėgos suteikia kūnui įcentrinį pagreitį. Pagal II Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$

arba

$$mg - N = m\frac{v^2}{R}.$$

Iš čia

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right).$$

Pagal III Niutono dėsnį $\vec{N} = -\vec{P}$ ($\vec{P}$ – kūno svoris):

$$P = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right).$$

Pagal sąlygą $P = 0$, todėl $v = \sqrt{gR}$.

Atsižvelgę, kad $v = \frac{2\pi R}{T}$, gauname:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

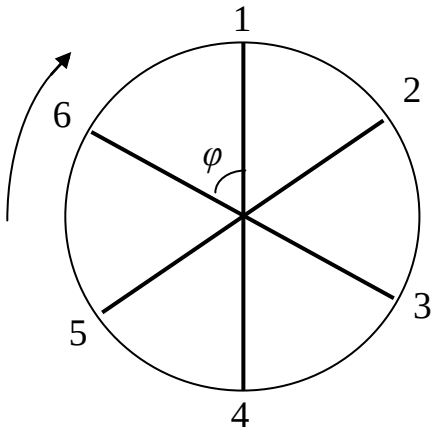
$$T \approx 5 \cdot 10^3 \text{ s}.$$

Atsakymas: $T \approx 5 \cdot 10^3$ s.

10 pavyzdys

Kino ekrane matomas važiuojantis vežimas. Vežimo ratų spindulys *R* = 0,4 m, o kiekvienas ratas turi *N* = 6 stipinus. Juosta nufilmuota 24 kadrų per sekundę dažniu (2.10 pav.). Koks turi būti mažiausias rato linijinis greitis, kad ekrane atrodytų, jog ratas nesisuka?

v	$R = 0{,}4$ m $N = 6$ $f = 24\ \mathrm{s}^{-1}$



2.10 pav.

Laikas tarp dviejų gretimų kadrų

$$\Delta t = \frac{1}{f}. \qquad (1)$$

Jeigu per laiką Δt ratas pasisuks kampu:

$$\varphi = \frac{2\pi}{N}, \qquad (2)$$

tai 1-asis stipinas atsidurs 2-ojo vietoje, 2-asis atsidurs 3-iojo vietoje ir t. t. Kadangi stipinai vienodi, tai ratas atrodys taip pat, kaip ir prieš laiką Δt, t. y. atrodys, kad ratas nepasisuko.

Vadinasi, rato sukimosi kampinis greitis turi būti

$$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t}. \qquad (3)$$

Kadangi

$$v = \omega R, \qquad (4)$$

tai (1), (2) ir (3) įrašę į (4) gauname

$$v = \frac{2\pi\ \upsilon R}{N},$$

$$v = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Atsakymas: $v = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

II TURO UŽDUOTYS

1. Viena valtis plaukia iš taško A į tašką B, esantį pasroviui ir grįžta atgal. Kita valtis plaukia iš taško A į tašką C, esantį priešingame krante (linija AC statmena krantui), ir grįžta atgal. Atstumai AB ir AC lygūs. Valčių greičiai vandens atžvilgiu vienodi ir lygūs v, upės tėkmės greitis u. Palyginkite valčių vidutinius greičius.

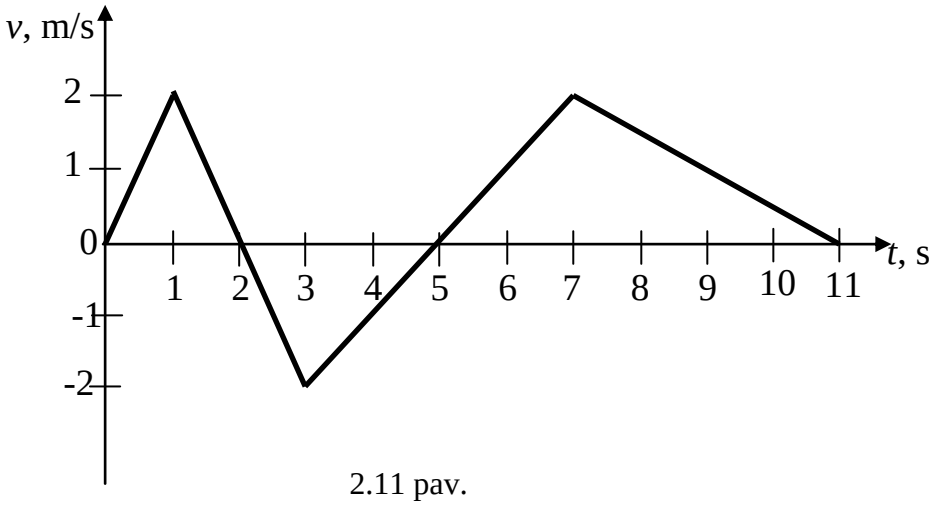
2. Kūnas pradeda judėti v_0 = 5m/s pradiniu greičiu. Per penktąją judėjimo sekundę kūnas nueina s_0 = 4,5 m kelią. Kokį kelią s nueina kūnas per t = 10 s?

3. Kūnas juda tolygiai kintamai. s = 100 m kelią jis nuvažiuoja per laiką t_1 = 5 s. Kitus 100 m jis nuvažiuoja per laiką t_2 = 3,5 s. Apskaičiuokite kūno pradinį greitį.

4. Iš taško A pradeda greitėti pirmasis automobilis. Po laiko t_1 iš to paties taško pradeda greitėti antrasis automobilis. Po laiko t_2 (nuo pirmojo automobilio judėjimo) abiejų automobilių greičiai pasidaro lygūs. Po kiek laiko t (nuo pirmojo automobilio pajudėjimo) automobiliai bus vienodai nutolę nuo taško A?

5. Kūnas laisvai krinta be pradinio greičio. Per paskutiniąją judėjimo sekundę kūnas nulekia pusę viso kelio. Kiek iš viso laiko krito kūnas? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

6. Kūno greičio priklausomybės nuo laiko grafikas pavaizduotas 2.11 paveiksle. Nubraižykite pagreičio priklausomybės nuo laiko grafiką.



2.11 pav.

7. Nuo aukšto bokšto horizontaliai metamas akmuo. Po laiko t akmens greičio skaitinė vertė tapo n kartų didesnė už pradinio greičio vertę. Kokiu pradiniu greičiu v_0 buvo išmestas akmuo? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

8. Kūnas metamas α = 60° kampu į horizontą v_0 = 20 m/s pradiniu greičiu. Kokį kampą su horizontu sudarys greičio vektorius po laiko t = 1,5 s?

9. Diskas tolygiai sukasi apie nejudamą ašį. Taško, esančio disko pakraštyje, linijinis greitis yra n kartų didesnis nei taško, esančio atstumu $\Delta\ell$ arčiau sukimosi ašies. Koks disko spindulys?

10. Sraigtasparnis kyla į viršų pastoviu greičiu u. Sraigto mentės sukasi υ dažniu. Mentės ilgis ℓ. Kokiu greičiu v žemės atžvilgiu juda vienos mentės galas?

11. Vandenyje plūduriuoja medinis kubelis. Prie jo pritvirtinus d storio plokštelę, kubelio panirimo gylis padidėjo dydžiu h. Plokštelės plotas lygus kubelio sienos plotui. Koks plokštelės tankis ρ? Išnagrinėkite atvejus, kai plokštelė pritvirtinama: a) prie viršutinės sienos, b) prie apatinės sienos. Vandens tankis ρ_0.

12. m = 20 kg masės kūną veikia F = 120 N jėga. Jei kūną tempsime horizontalia plokštuma, o veikianti jėga sudarys α_1 = 60° kampą su šia plokštuma, tai kūnas judės tolygiai. Kokiu pagreičiu a judės kūnas, jei jėga sudarys α_2 = 30° kampą su horizontalia plokštuma?

13. Per nejudantį skridinį permestas siūlas, kurio galuose pririšti skirtingos masės krovinėliai. Krovinėliams leidžiama judėti. Kiekvienas krovinėlis per laiką t nueina h atstumą. Apskaičiuokite krovinėlių masių santykį. Laisvojo kritimo pagreitis g. Siūlo ir skridinio masės nepaisykite.

14. Per nekilnojamą skridinį permestas siūlas, kurio galuose pririšti du skirtingos masės krovinėliai. Abiejų krovinėlių bendra masė m = 0,5 kg. Krovinėliai juda a = 2 m/s^2 pagreičiu. Kokia kiekvieno krovinėlio masė? Skridinio ir siūlo masės nepaisykite.

15. m masės kūnas be pradinio greičio slysta nuo h aukščio, ℓ ilgio nuožulniosios plokštumos. Pasipriešinimo judėjimui jėga F. Koks bus kūno greitis nuožulniosios plokštumos apačioje?

16. Atliekant laboratorinį darbą gauti tokie duomenys: nuožulniosios plokštumos ilgis ℓ = 1 m, aukštis h = 1 m. Traukiant medinį tašelį pastoviu greičiu išilgai nuožulniosios plokštumos aukštyn, išmatuota jėga dinamometru F_1 =1,8 N. Sulaikant tašelį ant nuožulniosios plokštumos, išmatuota jėga F_2 = 1 N. Pagal šiuos duomenis apskaičiuokite trinties koeficientą tarp plokštumos ir tašelio.

17. Kokia mažiausia horizontaliai nukreipta jėga reikia spausti m = 6 kg masės tašelį prie vertikalios sienos, kad jis nejudėtų? Trinties koeficientas tarp tašelio ir sienos μ = 0,1.

18. Palydovas skrieja arti nežinomos planetos paviršiaus apskritimine orbita. Planeta rutulio formos, vienalytė. Nuo kokio vieno fizikinio dydžio priklauso palydovo apsisukimo periodas? Įrodykite.

19. Ant horizontalaus disko, galinčio suktis apie vertikalią ašį, padėtas m masės kūnelis. Prie kūnelio pritvirtinta lengva spyruoklė, kurios kitas galas pritvirtintas prie sukimosi ašies. Jei disko sukimosi dažnis neviršija vertės f_1, tai spyruoklė yra nedeformuota. Jei disko sukimosi dažnį lėtai padidintume iki vertės f_2, tai spyruoklės ilgis padidėtų dvigubai. Apskaičiuokite spyruoklės standumo koeficientą.

20. Pajudėjęs iš stoties, traukinys kažkurį laiko tarpą juda tolygiai greitėjančiai. Kaip turint siūlą, svarelį ir liniuotę įvertinti judėjimo pagreitį?

III TURAS

MECHANINIS DARBAS, GALIA, ENERGIJA. TVERMĖS DĖSNIAI MECHANIKOJE

Metodiniai nurodymai

m masės kūno, judančio greičiu $\vec{v}$, judėjimo (judesio) kiekis (impulsas) yra vektorinis dydis:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{3.1}$$

Todėl antrąjį Niutono dėsnį galima užrašyti taip:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t} = \frac{\Delta\vec{p}}{t}. \tag{3.2}$$

Dydis $\vec{F} \cdot t$ vadinamas jėgos impulsu; čia *t* – jėgos veikimo laikas, $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ – kūno judėjimo kiekio pokytis.

Kūnų sistemos judėjimo kiekis lygus sistemą sudarančių kūnų judėjimo kiekių vektorinei sumai:

$$\vec{p}_{sist.} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n; \tag{3.3}$$

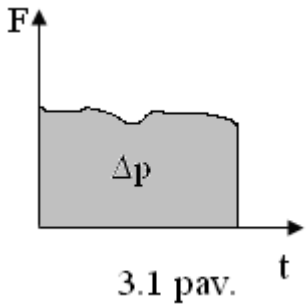
čia *n* – sistemą sudarančių kūnų skaičius.

Jeigu sąveikaujančių kūnų sistemą dar veikia išorinės jėgos (pvz.: trinties, elektrinės arba magnetinės), tai bendras sistemos judėjimo kiekio pokytis aprašomas lygybe:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta(m_i\vec{v}_i) = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i t; \tag{3.4}$$

čia $\Delta m_i\vec{v}_i$ – kiekvieno sistemos kūno judėjimo kiekio pokytis dėl išorinės jėgos $\vec{F}_i$ poveikio, $\vec{F}_i t$ – tos jėgos impulsas.

Jei kūną veikia kintamoji jėga, tai judėjimo kiekio pokytį galima apskaičiuoti grafiškai. Funkcijos *F = F(t)* kreivės apribotas plotas savo skaitine verte lygus judėjimo kiekio pokyčiui Δp (3.1 pav.).



3.1 pav.

Kai išorinės jėgos nėra, galioja ***judėjimo kiekio tvermės dėsnis***: uždaros sistemos judėjimo kiekis yra pastovus dydis:

$$\vec{p}_{sist.} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = const. \tag{3.5}$$

Jeigu sistemą sudaro du sąveikaujantys kūnai, tai judėjimo kiekio tvermės dėsnį užrašome taip:

a) kai sąveika tamprioji, t. y. kai kūnai po sąveikos juda atskirai:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2; \tag{3.6}$$

čia $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$ – kūnų greičiai prieš sąveiką, $\vec{u}_1$ ir $\vec{u}_2$ – kūnų greičiai po sąveikos;

b) kai sąveika netamprioji (plastinė), t. y. kai kūnai po sąveikos juda kartu:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}; \tag{3.7}$$

čia $\vec{u}$ – kartu judančių kūnų greitis po sąveikos.

Pastoviosios jėgos $\vec{F}$ atliekamas ***darbas***

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\alpha; \tag{3.8}$$

čia $\vec{s}$ – poslinkio vektorius, α – kampas tarp jėgos $\vec{F}$ ir poslinkio $\vec{s}$ krypties.

Jeigu $\alpha < \frac{\pi}{2}$, tai $A > 0$, jeigu $\alpha = \frac{\pi}{2}$, tai $A = 0$, jeigu $\alpha > \frac{\pi}{2}$, tai $A < 0$.

Pagal šią formulę galima apskaičiuoti ir kintamosios jėgos darbą, jeigu žinoma jėgos vidutinė vertė per judėjimo laiką. Elementariosios matematikos metodais F_{vid} galima apskaičiuoti tik paprasčiausiais atvejais, kai jėgos $\vec{F}$ modulis kinta proporcingai poslinkiui $\vec{s}$, t. y. kai

$$\vec{F} = k \cdot \vec{s}; \tag{3.9}$$

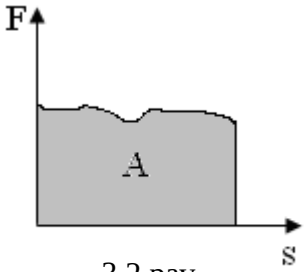
čia k – proporcingumo koeficientas. Pavyzdžiui, pagal šį dėsnį kinta jėga, kuria tampri spyruoklė veikia ją suspaudžiančius arba ištempiančius kūnus. Taip pat

Archimedo jėga panyrant arba išnyrant taisyklingos formos kūnui. Šiais atvejais kintamosios jėgos vidutinė vertė:

$$F_{vid} = \frac{F_1 + F_2}{2}; \tag{3.10}$$

čia F_1 – jėgos vertė poslinkio pradžioje, F_2 – jėgos vertė poslinkio pabaigoje.

Kintamosios jėgos darbą galima apskaičiuoti grafiškai, jei žinomas jėgos kitimo dėsnis. Funkcijos $F = F(s)$ kreivės ribojamas plotas skaitine verte lygus jėgos atliktam darbui (3.2 pav.).



3.2 pav.

Darbas, pakeliant m masės kūną gravitacijos lauke, lygus

$$A = mgh_c; \tag{3.11}$$

čia h_c – kūno masės centro pakilimo aukštis.

Kampu α į poslinkio kryptį nukreiptos pastoviosios jėgos $\vec{F}$ galia

$$N = \frac{A}{t}; \tag{3.12}$$

$$N = F\frac{s}{t}\cos\alpha = Fv\cos\alpha; \tag{3.13}$$

čia v – kūno greičio modulis.

Jeigu sprendžiant uždavinius reikia apskaičiuoti galios vidutinę vertę, tai v yra vidutinis kūno judėjimo greitis. Jeigu reikia apskaičiuoti momentinę galią, tai v – momentinė greičio vertė. Maksimali ir minimali galia yra momentinės galios atvejai.

Mechanizmo naudingumo koeficientas:

$$\eta = \frac{A_n}{A_v}, \tag{3.14}$$

$$\eta = \frac{N_n}{N_v}, \tag{3.15}$$

$$\eta = \frac{E_n}{E_v}; \tag{3.16}$$

čia A_n (N_n ,E_n) – mechanizmo naudingas darbas (galia, energija), A_v (N_v ,E_v) – visas atliktas darbas (vartojama galia, energija).

Mechaninė energija (E) – dydis, kuris parodo, kokį didžiausią darbą gali atlikti kūnas (kūnų sistema), pakitus jo mechaninei būsenai. Mechaninė energija skirstoma į kinetinę ir potencinę.

m masės kūno, judančio greičiu $\vec{v}$, kinetinė energija:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \tag{3.17}$$

Tampriai deformuotas kūnas (pvz., suspausta arba ištempta spyruoklė) turi potencinės energijos:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}; \tag{3.18}$$

čia k – standumo koeficientas, x – absoliutinis spyruoklės pailgėjimas arba sutrumpėjimas.

m_1 ir m_2 masės kūnų, esančių atstumu R vienas nuo kito, gravitacinės sąveikos potencinė energija:

$$E_p = G\frac{m_1 m_2}{R}; \tag{3.19}$$

čia G – gravitacijos konstanta, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}$.

m masės kūnas, esantis aukštyje h virš Žemės paviršiaus (virš nulinio lygmens), turi potencinės energijos:

$$E_p = mgh. \tag{3.20}$$

Kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija lygi visų sistemą sudarančių kūnų kinetinės ir potencinės energijų sumai:

$$E_{p\text{iln.}} = \sum E_k + \sum E_p. \tag{3.21}$$

Kūnų kinetinės energijos sudedamos aritmetiškai, nes jos nepriklauso nuo judėjimo krypties. Potencinė energija priklauso nuo parinkto atskaitos lygmens. Potencinė energija gali būti teigiama ar neigiama.

Energijos tvermės dėsnis: uždaros kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija nekinta, jei ji nevirsta kitų rūšių energija.

$$E_{piln.} = const. \qquad (3.22)$$

Jei sistema nėra uždara, t. y. kūną (arba kūnų sistemą) veikia išorinės jėgos, tai mechaninės energijos tvermės dėsnis negalioja. Tada sistemos pilnutinės mechaninės energijos pokytis lygus išorinių jėgų, veikiančių sistemą, atliktam darbui:

$$\Delta E = A. \qquad (3.23)$$

Sprendžiant tvermės dėsnių uždavinius, siūlome laikytis tokios tvarkos:

1. Išsiaiškinkite, kas duota sąlygoje ir ką reikia rasti.
2. Sudarykite sąlygos lentelę.
3. Nubrėžkite brėžinį, pažymėkite visus duotus ir ieškomus dydžius (judėjimo kiekio arba greičio vektorius), pažymėkite koordinačių ašis.
4. Išsiaiškinkite, ar kūnų sistema uždara.
5. Parašykite judėjimo kiekio ir energijos tvermės dėsnius.
6. Parašykite dėsnių lygtis skaliariškai (suprojektuokite į pasirinktą kryptį).
7. Užrašykite trūkstamas lygtis.

Išspręskite uždavinį, patikrinkite ir įvertinkite atsakymą.

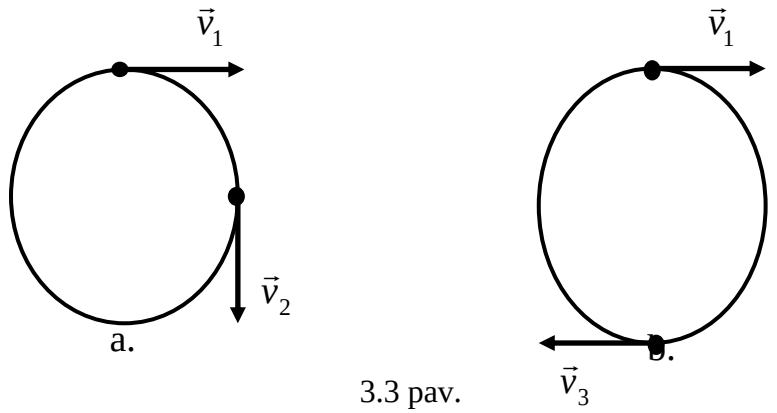
Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1 pavyzdys

m **masės kūnas juda apskritimu pastoviu greičiu *v*. Apskaičiuokite judesio kiekio pokytį per a) ketvirtadalį apsisukimo, b) per pusę apsisukimo.**

$\lvert\Delta\vec{p}\rvert$	v
	m

Sprendžiant šį uždavinį svarbu nepamiršti, kad judesio kiekis yra vektorinis dydis.



3.3 pav.

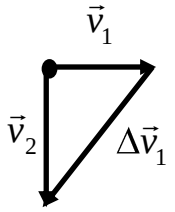
Nubraižome brėžinį (3.3 pav.), pavaizduojame greičio vektorius. Judesio kiekio pokytis:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m\Delta\vec{v}\,.$$

Pirmuoju atveju (3.4 pav.):

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1,$$

$$|\Delta\vec{v}_1| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}\,.$$



3.4 pav.

Kadangi $v_1 = v_2 = v$, tai

$$|\Delta\vec{v}_1| = v\sqrt{2}\,.$$

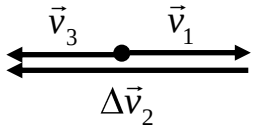
Ir

$$|\Delta\vec{p}_1| = mv\sqrt{2}\,.$$

Antruoju atveju (3.5 pav.):

$$\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_3 - \vec{v}_1,$$

$$|\Delta\vec{v}_2| = v_1 + v_3\,.$$



3.5 pav.

Kadangi $v_1 = v_3 = v$, tai

$$|\vec{v}_2| = 2v\,.$$

Ir

$$|\Delta\vec{p}_2| = 2mv\,.$$

Atsakymas: $|\Delta\vec{p}_1| = mv\sqrt{2}\,, |\Delta\vec{p}_2| = 2mv\,.$

2 pavyzdys

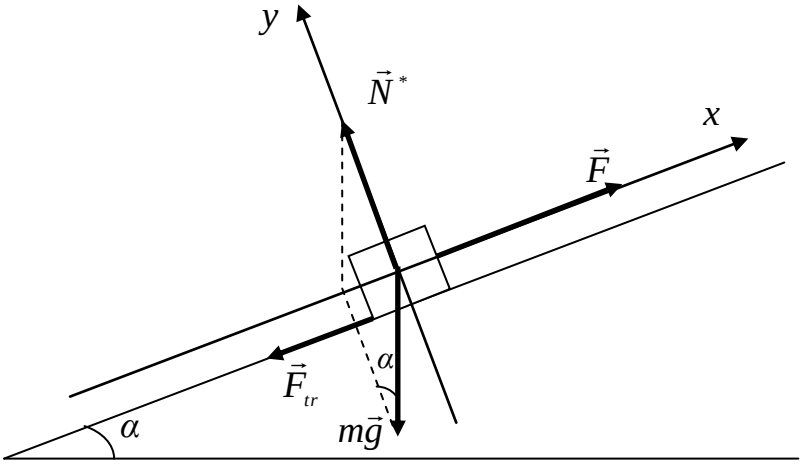
Kokią galią *N* išvysto žmogus, traukdamas pastoviu *v* greičiu *m* masės krovinį į kalną, kurio pasvirimo kampas *α*? Trinties koeficientas tarp krovinio ir kalno paviršiaus *μ*.

	v
N	m
	α
	μ

Traukdamas krovinį pastoviu greičiu žmogus išvysto galią

$$N = F \cdot v. \qquad (1)$$

Nubraižome brėžinį (3.6 pav.), pažymime krovinį veikiančias jėgas.



3.6 pav.

Krovinį veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, trinties jėga $\vec{F}_{tr}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}^*$ ir jėga $\vec{F}$ (kuria žmogus veikia krovinį). Pagal II Niutono dėsnį

$$\vec{F} + \vec{N}^* + \vec{F}_{tr} + m\vec{g} = 0.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktas ašis:

$$x\colon\ F - F_{tr} - mg\sin\alpha = 0. \qquad (1)$$

Žinome:

$$F_{tr} = \mu N^*, \qquad (2)$$

$$y\colon N^* - mg\cos\alpha = 0. \qquad (3)$$

(2) ir (3) lygtis, įrašę į (1), gauname:

$$F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). \qquad (4)$$

(4) lygtį įrašę į (1), gauname žmogaus išvystomą galią:

$$N = mgv(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Atsakymas: $N = mgv(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

3 pavyzdys

Horizontaliame kelyje stovintį *m* masės kūną pradeda veikti jėga *F*. Kokia bus kūno kinetinė energija po *t* laiko?

	m
E_k	F
	t

Jėgos atliktas darbas yra lygus kinetinės energijos pokyčiui

$$A = \Delta E_k = E_k \text{ (pradiniu momentu kūnas stovi).} \quad (1)$$

Jėgos F atliktas darbas

$$A = F \cdot s. \quad (2)$$

Kadangi kūnas juda veikiamas jėgos, tai jis juda tolygiai greitėdamas ir

$$s = \frac{at^2}{2}, \quad (3)$$

čia

$$a = \frac{F}{m}. \quad (4)$$

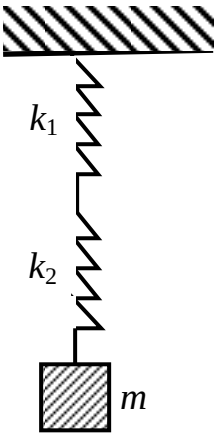
(2), (3), (4) lygtis įrašę į (1), gauname:

$$E_k = \frac{F^2 t^2}{2m}.$$

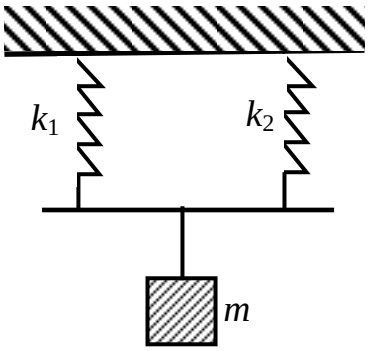
Atsakymas: $E_k = \frac{F^2 t^2}{2m}$.

4 pavyzdys

Palyginkite dviejų lengvų spyruoklių, kurių standumo koeficientai k_1 ir k_2, potencinių energijų santykį dviem atvejais: a) spyruoklės sujungtos nuosekliai ir jas veikia *m* masės krovinys (3.7 pav.), b) spyruoklės sujungtos lygiagrečiai ir jas veikia tas pats *m* masės krovinys (3.8 pav.). Be to, krovinys pakabintas taip, kad spyruoklės ištemptos vienodai.



3.7 pav.



3.8 pav.

a) Žinome, kad deformuoto spyruoklės potencinė energija:

$$E_1 = \frac{k_1 x_1^2}{2},$$

$$E_2 = \frac{k_2 x_2^2}{2}.$$

Energijų santykis:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{x_1^2}{x_2^2}. \qquad (1)$$

Pakabinus krovinį, pusiausvyros sąlyga:

$$mg = k_1 x_1, \quad x_1 = \frac{mg}{k_1}. \qquad (2)$$

$$mg = k_2 x_2, \quad x_2 = \frac{mg}{k_2}. \qquad (3)$$

(2) ir (3) lygtis įrašę į (1), gauname:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_2}{k_1}. \qquad (4)$$

b) Šiuo atveju abiejų spyruoklių pailgėjimas yra vienodas, todėl

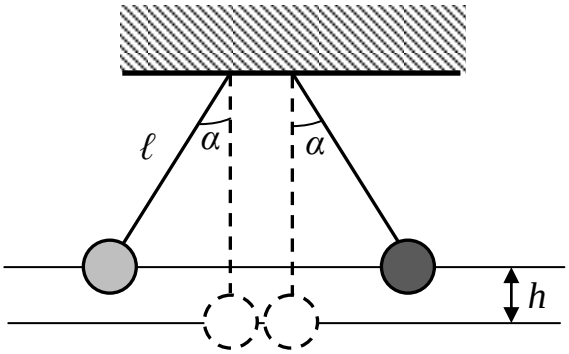
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1}{k_2}. \qquad (5)$$

Iš (4) ir (5) lygčių matyti, kad spyruoklės sujungtos nuosekliai ir $k_1 \neq k_2$, tai didesnė potencinė energija sukaupta minkštesnėje spyruoklėje (kurios *k* mažesnis), ir, jei sujungtos lygiagrečiai, didesnė potencinė energija sukaupta kietesnėje spyruoklėje (kurios *k* didesnė).

5 pavyzdys

Du plastilininiai rutuliai pakabinti ant vienodo *ℓ* ilgio siūlų taip, kad liečia vienas kitą. Rutuliai atitraukiami vienodu kampu *α* ir tuo pačiu metu paleidžiami. Rutulių masių santykis 1:2. Apskaičiuokite rutulių greitį tuoj pat po smūgio. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

	ℓ
u	α
	$\frac{m_1}{m_2} = 2$



3.9 pav.

Kadangi oro pasipriešinimo nėra, tai rutulių greitį prieš pat smūgį galima apskaičiuoti pagal energijos tvermės dėsnį (3.9 pav.):

$$mgh = \frac{mv^2}{2},$$

$$v = \sqrt{2gh}. \qquad (1)$$

Iš šios lygties matyti, kad greitis nepriklauso nuo masės, todėl abiejų rutulių greičiai prieš smūgį bus vienodi. Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį, netampriam smūgiui (rutuliai plastilininiai):

$$2mv - mv = 3mu.$$

$$u = \frac{v}{3}; \qquad (2)$$

čia u – rutulių greitis po smūgio.

(1) lygtį įrašę į (2) gauname:

$$u = \frac{\sqrt{2gh}}{3}. \qquad (3)$$

Iš brėžinio:

$$\frac{\ell - h}{\ell} = \cos\alpha,$$

$$h = \ell(1 - \cos\alpha). \qquad (4)$$

Įrašę (4) lygtį į (3), gauname:

$$u = \frac{\sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha)}}{3}.$$

Atsakymas: $u = \frac{\sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha)}}{3}$.

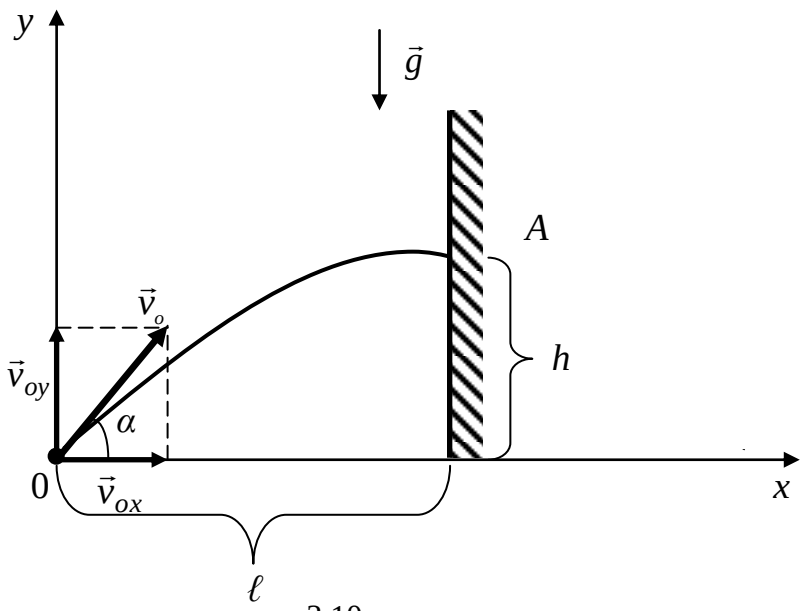
6 pavyzdys

Plastilininis m = 0,1 kg masės rutuliukas metamas v_0 = 10 m/s pradiniu greičiu α = 60° kampu į horizontą link vertikalios sienos, esančios ℓ = 6,3 m nuo išmetamos vietos. Po absoliučiai netampraus smūgio rutuliukas prilimpa prie sienos. Kiek mechaninės rutuliuko energijos virto šiluma?

Q	v_0 = 10 m/s α = 60° ℓ = 6,3 m g = 10 m/s^2

Tegu rutuliukas prilimpa prie sienos aukštyje h (3.10 pav.).

Kadangi smūgis absoliučiai netamprus, tai šiluma virs smūgio metu rutuliuko turėta kinetine energija.



3.10 pav.

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$E_k = Q = E_0 - mgh;$$

čia $E_0 = \frac{mv_0^2}{2}$ – pradinė kinetinė energija, t. y.

$$Q = m\left(\frac{v_0^2}{2} - gh\right). \quad (1)$$

Rasime, kokiame aukštyje rutuliukas prilimpa prie sienos. Užrašome judėjimo lygtis *x* ir *y* kryptimis:

$$\ell = v_{0x}t, \quad (2)$$

$$h = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}; \quad (3)$$

čia *t* – judėjimo iki sienos laikas. Iš (2) lygties:

$$t = \frac{\ell}{v_{0x}}, \quad (4)$$

(4) įrašome į (2):

$$h = v_{0y}\frac{\ell}{v_{0x}} - \frac{g\ell^2}{2v_{0x}^2}. \quad (5)$$

Iš brėžinio:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha,$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha.$$

Todėl

$$h = \ell tg\alpha - \frac{g\ell^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}. \quad (6)$$

(6) lygtį įrašę į (1), gauname:

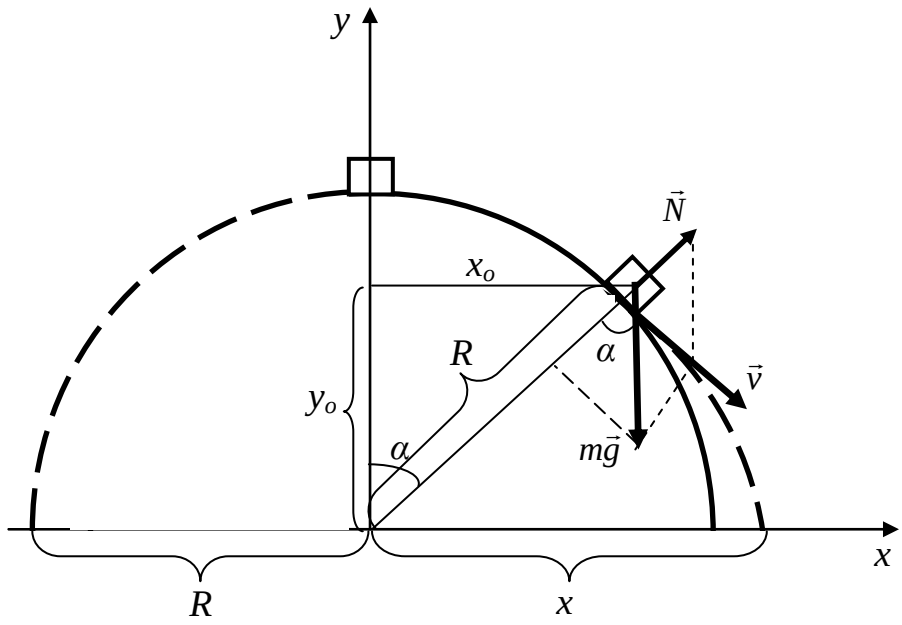
$$Q = m\left(\frac{v_0^2}{2} - g\ell\left(tg\alpha - \frac{g\ell}{2v_0^2\cos^2\alpha}\right)\right).$$

$$Q = 2\ \text{J}.$$

Atsakymas: $Q = 2$ J.

7 pavyzdys

Ant žemės paviršiaus guli *R* spindulio pusrutulis. Nuo pusrutulio viršūnės be trinties pradeda šliuožti mažas kūnas. Kokiame aukštyje kūnas atitrūks nuo pusrutulio? Kur jis nukris ant žemės?



3.11 pav.

Pradžioje kūnas slys pusrutulio paviršiumi, po to atitrūkęs nuo paviršiaus judės kaip kūnas, išmestas kampu į horizontą (3.11 pav.).

Kūną veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir atramos reakcijos jėga $\vec{N}$. Pagal II Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{ic}.$$

Atitrūkimo momentu atramos reakcijos jėga pasidaro lygi nuliui ir įcentrinį pagreitį suteikia sunkio jėgos dedamoji $mg\cos\alpha$:

$$mg\cos\alpha = m\frac{v^2}{R}. \qquad (1)$$

Pasirenkame koordinačių ašis. Pažymėkime x_0 ir y_0 taško, kuriame atitrūksta kūnas, koordinates. Iš brėžinio:

$$y_0 = R\cos\alpha. \qquad (2)$$

Iš (1) lygties:

$$\cos\alpha = \frac{v^2}{gR}. \qquad (3)$$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$mgR = \frac{mv^2}{2} + mgy_0.$$

Iš čia

$$v^2 = 2gR - 2gy_0. \qquad (4)$$

(3) ir (4) lygtis įrašę į (2) gauname:

$$y_0 = \frac{2}{3}R.$$

Tai ir yra atitrūkimo virš žemės aukštis. Iš brėžinio:

$$x_0 = \sqrt{R^2 - y_0^2}\,.$$

$$x_0 = \frac{R}{3}\sqrt{5}\,.$$

Užrašome judėjimo lygtis atitrūkus kūnui:

$$x = x_0 + vt\cos\alpha\,, \tag{5}$$

$$y = y_0 - vt\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}\,. \tag{6}$$

Aišku, kad kai kūnas nukris ant žemės, $y = 0$. Iš (2) lygties

$$\cos\alpha = \frac{2}{3} \tag{7}$$

ir

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}\,. \tag{8}$$

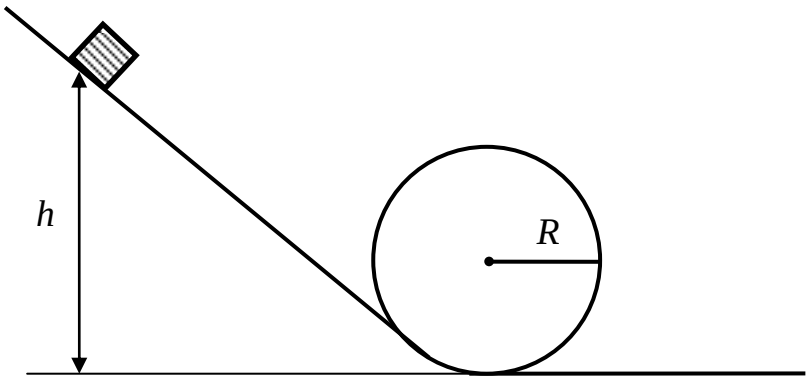
Į (5) lygtį įrašę v, t, $\cos\alpha$, x_0 vertes gauname:

$$x \approx 1{,}12R\,.$$

Atsakymas: $x \approx 1{,}12R,\ y_0 = \frac{2}{3}R$.

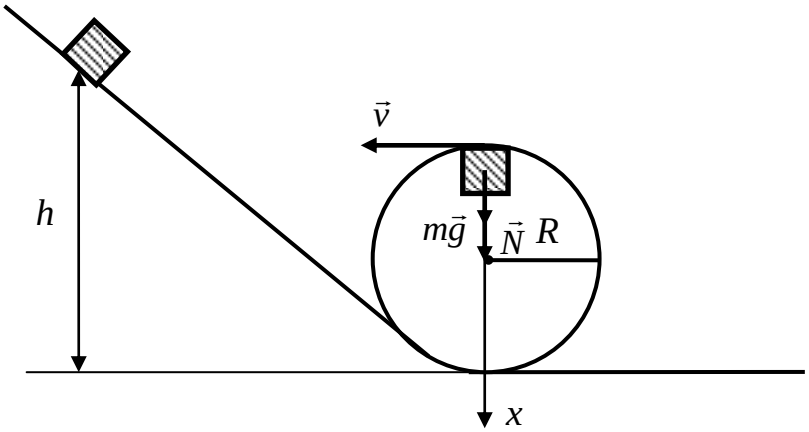
8 pavyzdys

Mažas kūnas be trinties pradeda slysti nuožulniąja plokštuma, kuri baigiasi *R* = 0,4 m spindulio „mirties kilpa“ (3.12 pav.). Iš kokio mažiausio aukščio turi slysti kūnas, kad apeitų „mirties kilpą“?



3.12 pav.

h	R = 0,4 m



3.13 pav.

Akivaizdu, kad mažiausias aukštis turi būti didesnis nei 2*R*, nes kitaip aukščiausiame „mirties kilpos“ taške kūnas sustotų ir nukristų. T. y. aukščiausiame kilpos taške kūnas turi ir kinetinės, ir potencinės energijos (3.13 pav.). Pagal energijos tvermės dėsnį

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + mg2R. \qquad (1)$$

Aukščiausiame kilpos taške kūną veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir atramos reakcijos jėga $\vec{N}$. Pagal II Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{ic}.$$

Suprojektuojame jėgas į *x* ašį:

$$mg + N = m\frac{v^2}{R}.$$

Mažiausias pakilimo aukštis bus tada, kai aukščiausiame trajektorijos taške (ir tik tame taške) atramos reakcijos jėga pasidarys lygi nuliui. Todėl

$$v^2 = gR. \qquad (2)$$

(2) lygtį įrašę į (1), gauname:

$$h = \frac{5}{2}R,$$

$$h = 1 \text{ m}.$$

Atsakymas: *h* = 1 m.

9 pavyzdys

***m* masės rutulys judėdamas *v* greičiu lygiu paviršiumi susiduria su *M* masės stovinčiu rutuliu. Smūgis centrinis. Po smūgio pirmojo rutulio greitis sumažėja du kartus. Raskite suminės kinetinės energijos po smūgio santykį su pradine pirmojo rutulio energija.**

Išnagrinėkime du atvejus:

1. Po smūgio pirmasis rutulys juda ta pačia kryptimi, kaip ir iki smūgio. Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$mv = m\frac{v}{2} + Mu\,, \tag{1}$$

čia u – antrojo rutulio greitis po smūgio. Aišku, kad $u \geq \frac{v}{2}$ ir $m \geq M$. Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{8} + \frac{Mu^2}{2}.$$

Tai energijos santykis α po ir iki smūgio:

$$\alpha = \frac{\frac{mv^2}{8} + \frac{Mu^2}{2}}{\frac{mv^2}{2}},$$

$$\alpha = \frac{1}{4} + \frac{M}{m}\frac{u^2}{v^2}. \tag{2}$$

Iš (1) lygties:

$$u = \frac{mv}{2M}. \tag{3}$$

(3) lygtį įrašę į (2) gauname:

$$\alpha = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{m}{M}\right). \tag{4}$$

Didžiausia α vertė gali būti lygi vienetui – α = 1, o tai reikštų, kad energijos nuostolių nėra – smūgis absoliučiai tamprus. Šiuo atveju $m = 3M$.

Mažiausia α vertė – $\alpha = \frac{1}{2}$, tai iš (4) lygties matyti, kad $m = M$, tada iš (1) lygties $u = \frac{v}{2}$, t. y. rutuliai judėtų tuo pačiu greičiu – tai reikštų, kad smūgis yra absoliučiai netamprus. T. y. jei $M \leq m \leq 3M$, tai $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$.

2. Po smūgio pirmasis rutulys atšoka atgal. Tada pagal judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$mv = -\frac{mv}{2} + Mu\,.$$

Iš čia:

$$u = \frac{3}{2}\frac{mv}{M}. \tag{5}$$

(5) lygtį įrašę į (2), gauname:

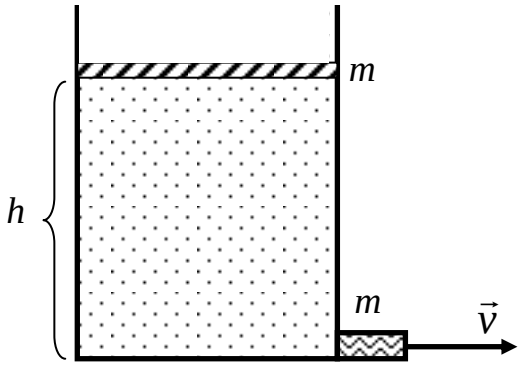
$$\alpha = \frac{1}{4}\left(1 + 9\frac{m}{M}\right). \qquad (6)$$

Jei smūgis absoliučiai tamprus, tai $\alpha = 1$ ir $m = \frac{M}{3}$. Aišku, kad $m > 0$, todėl $\alpha > \frac{1}{4}$. Taigi, jei $0 < m \le \frac{M}{3}$, tai $\frac{1}{4} < \alpha \le 1$.

10 pavyzdys

Prie indo dugno yra maža skylutė. Kokiu greičiu *v* iš skylutės išteka vanduo, jei vandens aukštis virš skylutės *h*? Trinties vandenyje nepaisykite.

v	h
	g



3.14 pav.

Kadangi trinties vandenyje nepaisome, tai mechaninės energijos nuostolių nėra, t. y. vandens potencinė energija virsta kinetine.

Pagal energijos tvermės dėsnį sluoksnelio *m* potencinė energija aukštyje *h* turi būti lygi kinetinei energijai prie skylutės (sluoksnelis tarsi „krinta“ iš aukščio *h* ir išteka pro skylutę) (3.14 pav).

$$mgh = \frac{mv^2}{2},$$

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Vienas pirmųjų šią išvadą gavo italų mokslininkas E. Toričelis (1608–1647).

„Ištekantis iš indo vanduo ištekėjimo taške turi tokį greitį, kokį turėtų bet koks sunkus kūnas, o reiškia, ir kiekvienas atskiras to vandens lašas laisvai krisdamas iš aukščiausio vandens lygio iki skylės lygio“. Šis teiginys vadinamas Toričelio teorema.

Atsakymas: $v = \sqrt{2gh}$.

III TURO UŽDUOTYS

1. m masės kūnas, judėdamas v greičiu, absoliučiai tampriai smogia į lygią sieną. Greičio vektorius sudaro α kampą su siena. Koks judesio kiekio pokytis? Kokia jėga F siena veikia kūną? Smūgio trukmė τ.

2. Kokį mažiausią darbą A_1 turi atlikti žmogus pakeldamas m masės krovinį į h aukštį? Kiek pasikeistų atliktas darbas, jei krovinys būtų pakeltas pastoviu pagreičiu a?

3. m = 20 kg masės kūnas kyla a = 10 m/s^2 pagreičiu vertikaliai į viršų veikiamas pastovios jėgos. Kokiame aukštyje bus kūnas, kai jėga atliks A = 6 kJ darbą?

4. Palyginkite darbus, kuriuos atlieka automobilio variklis – tolygiai greitėjant iš rimties būsenos iki 36 km/h ir greitėjant nuo 36 km/h iki 72km/h. Pasipriešinimo jėga visą judėjimo laiką išlieka pastovi.

5. Kūną veikianti jėga tolygiai pakinta nuo F_1 = 10 N iki F_2 = 20 N. Kokį darbą atlieka ši jėga s = 8 m kelyje?

6. Vienalytį kubą reikia perkelti horizontalia plokštuma atstumu, didesniu nei kubo kraštinė. Kokiu atveju bus atliekamas didesnis darbas – tempiant kubą, veikiant jį horizontalia jėga ar verčiant kubą per briauną? Trinties koeficientas tarp kubo ir plokštumos μ.

7. Arklys, tolygiai tempdamas roges į kalną, išvysto N galią. Kalno pasvirimo kampas α, rogių judesio kiekis p. Apskaičiuokite trinties koeficientą μ tarp rogių ir kalno paviršiaus.

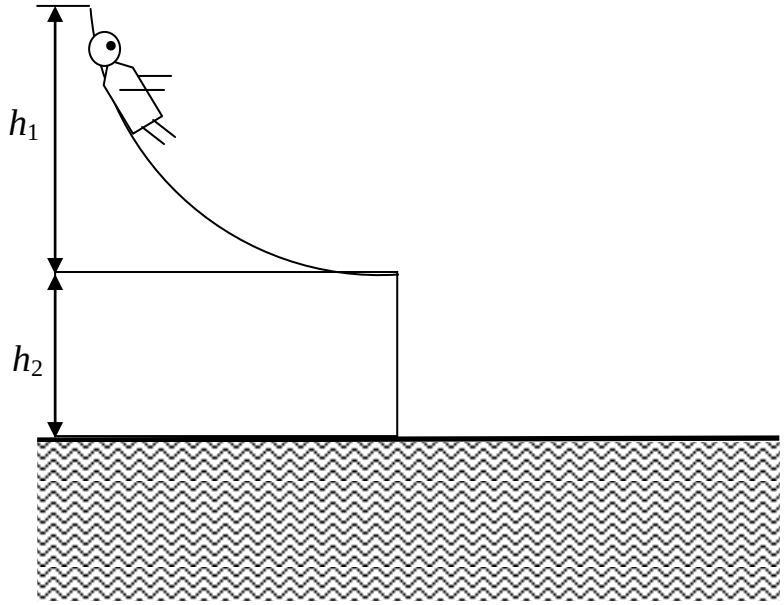
8. Kokiu greičiu buvo išmestas vertikaliai aukštyn akmuo, jei h = 2,5 m aukštyje jo kinetinė ir potencinė energijos buvo lygios?

9. M masės vežimėlis, pakrautas smėliu, juda v greičiu, tiesiai horizontaliu keliu. Į jį iš aukščio h įkrinta m masės akmuo ir įstringa smėlyje. Kiek šilumos išsiskyrė smūgio metu?

10. Pirmasis rutulys, judantis v = 8 m/s greičiu, smogia į antrąjį stovintį rutulį. Smūgis centrinis, absoliučiai netamprus. Abiejų rutulių masių suma $m = m_1 + m_2 = 4\,\text{kg}$. Smūgio metu energijos nuostoliai Q = 24 J. Apskaičiuokite abiejų rutulių mases m_1 ir m_2.

11. Iš pabūklo kampu į horizontą iššautas sviedinys aukščiausiame trajektorijos taške, aukštyje h, sprogsta į dvi vienodas skeveldras. Pirmoji skeveldra nukrinta tiksliai atgal į šūvio vietą, kita – s atstumu nuo pabūklo. Kokiu pradiniu greičiu v_0 išlėkė sviedinys iš pabūklo vamzdžio?

12. Vandens parko atrakcione berniukas pradeda slysti lenktu loviu, kurio aukštis h_1. Lovio pabaiga yra horizontali ir yra h_2 aukštyje virš vandens paviršiaus (3.15 pav.). Koks bus berniuko greitis v prie vandens paviršiaus? Kokiu atstumu s nuo lovio pabaigos horizontalia kryptimi berniukas įkris į vandenį? Trinties ir oro pasipriešinimo nepaisykite.

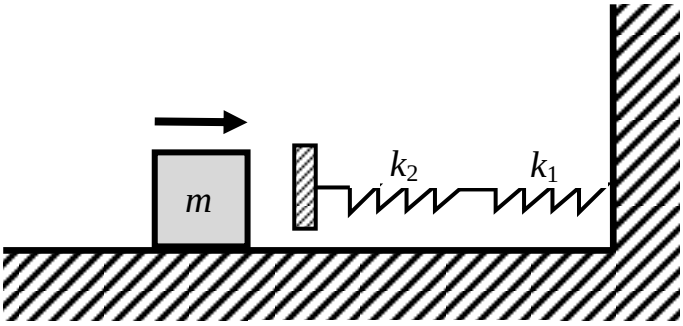


3.15 pav.

13. Kokiu kampu α nuo vertikalės reikia patraukti ant siūlo prikabintą krovinį, kad, jam pereinant pusiausvyros padėtį, siūlo įtempimo jėga būtų dvigubai didesnė už krovinį veikiančią sunkio jėgą?

14. Į M masės tašelį, pakabintą ant ℓ ilgio siūlo, pataiko horizontaliai lėkusi v greičiu m masės kulka. Kulka įstringa tašelyje. Kokiu kampu α atsitrenkia tašelis su įstrigusia kulka? Tašelio ir kulkos matmenų nepaisykite.

15. m masės kūnas, judėdamas horizontaliu paviršiumi, susiduria su dviem nuosekliai sujungtomis spyruoklėmis k_1 ir k_2 (3.16 pav.). Didžiausia antrosios deformuotos spyruoklės potencinė energija E_2. Kokiu greičiu iki susidūrimo judėjo



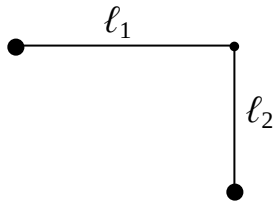
3.16 pav.

kūnas? Spyruoklių masės nepaisykite.

16. Prie spyruoklės galo prikabinus m_1 masės krovinį, spyruoklės ilgis pasidaro lygus ℓ_1. Prie tos pačios spyruoklės prikabinus m_2 masės krovinį ($m_2 > m_1$), jos ilgis – ℓ_2. Kokį darbą reikia atlikti norint ištempti spyruoklę nuo ilgio ℓ_1 iki ℓ_2?

17. Nuo horizontaliai v_0 greičiu skrendančio lėktuvo atsikabinęs m masės krovinys ant žemės nukrinta po laiko t. Kokia krovinio kinetinė energija smūgio į žemę momentu? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

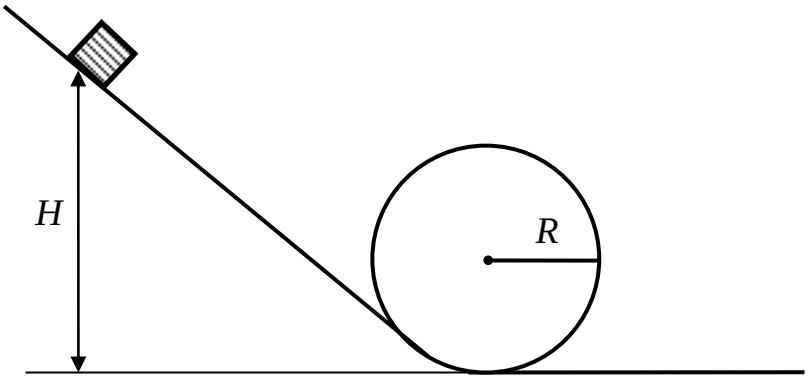
18. Prie lengvo strypo, sulenkto stačiu kampu, galų pritvirtinti du vienodos masės rutuliukai. Strypas gali suktis apie horizontalią ašį, einančią per strypo kampą. Rutuliukų atstumai nuo sukimosi ašies ℓ_1 ir ℓ_2. Pradiniu laiko momentu strypas atlenkiamas kaip parodyta 3.17 pav. Strypui leidžiama judėti. Koks bus rutuliukų kampinis greitis, kai strypo dalis ℓ_1 bus vertikali?



3.17 pav.

19. α dalelė, judėdama tiesiai greičiu v, pataiko į rimtyje esantį protoną. Smūgis centrinis, absoliučiai tamprus. α dalelės masė $4m$, protono – m. Kokiu greičiu po smūgio judės protonas?

20. m = 10 g masės mažas kūnas slysta nuo nuožulniosios plokštumos iš aukščio H = 1,2 m. Nuožulnioji plokštuma baigiasi R = 0,4 m spindulio „mirties kilpa“. Kokį darbą atlieka trinties jėga, kūnui judant nuožulniąja plokštuma (3.18 pav.)? Kilpoje trinties nėra. Žinome, kad aukščiausiame „mirties kilpos“ taške kūnas atramos neveikė.



3.18 pav.

Lietuvos fizikų draugija
Šiaulių universitetas
Jaunųjų fizikų mokykla „FOTONAS“

Genovaitė Meinorienė, Saulius Pelanskis, Aurelija Pelanskienė
III kurso užduotys ir metodiniai nurodymai
2010 10 (495)
2010–2011 mokslo metai

Redagavo Algirdas Malakauskas
Rinko ir maketavo Irma Bolskytė

SL 843. 2010 09 20. 3,56 leidyb. apsk. l., aut. l. 4,1. Tiražas 600. Užsakymas
Spausdino UAB „Šiaulių knygrišykla“,
P. Lukšio 9A, LT-77156 Šiauliai, tel.: (8 ~ 41) 50 03 33, 43 19 14.