LIETUVOS FIZIKŲ DRAUGIJA
ŠIAULIŲ UNIVERSITETO
JAUNŲJŲ FIZIKŲ MOKYKLA „FOTONAS“

MECHANINIS DARBAS, GALIA, ENERGIJA. TVERMĖS DĖSNIAI MECHANIKOJE. HIDRODINAMIKA

III KURSO III TURO METODINIAI NURODYMAI IR UŽDUOTYS

LIETUVOS FIZIKŲ DRAUGIJA
ŠIAULIŲ UNIVERSITETO
JAUNŲJŲ FIZIKŲ MOKYKLA „FOTONAS“

Aurelija Pelanskienė

MECHANINIS DARBAS, GALIA, ENERGIJA. TVERMĖS DĖSNIAI MECHANIKOJE. HIDRODINAMIKA

III KURSO III TURO METODINIAI NURODYMAI IR UŽDUOTYS

Metodinė priemonė
2013–2014 mokslo metai

Šiauliai 2014

III TURAS
MECHANINIS DARBAS, GALIA, ENERGIJA. TVERMĖS DĖSNIAI MECHANIKOJE. HIDRODINAMIKA

Metodiniai nurodymai

m masės kūno, judančio $\vec{v}$ greičiu, kūno impulsas, arba judesio kiekis, yra vektorinis dydis:

$$\vec{p} = m\,\vec{v}. \qquad (1)$$

Todėl antrąjį Niutono dėsnį galima užrašyti taip:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t} = \frac{\Delta\vec{p}}{t}. \qquad (2)$$

Dydis $\vec{F}\cdot t$ vadinamas jėgos impulsu; čia *t* – jėgos veikimo laikas, $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ – judesio kiekio (kūno impulso) pokytis.

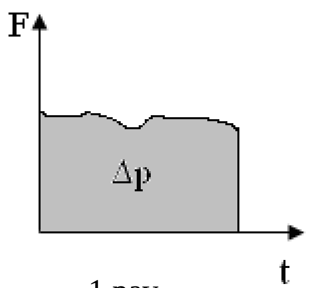
Kūnų sistemos judesio kiekis lygus sistemą sudarančių kūnų judesių kiekių vektorinei sumai:

$$\vec{p}_{\text{sist}} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + ... + m_n\vec{v}_n; \qquad (3)$$

čia *n* – sistemą sudarančių kūnų skaičius.

Jeigu sąveikaujančių kūnų sistemą dar veikia išorinės jėgos (pvz.: trinties, elektrinės arba magnetinės), tai bendras sistemos judesio kiekio pokytis aprašomas lygybe:

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta(m_i\vec{v}_i) = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i t; \qquad (4)$$



1 pav.

čia $\Delta m_i\vec{v}_i$ – kiekvieno sistemos kūno judesio kiekio pokytis dėl išorinės jėgos $\vec{F}_i$ poveikio, $\vec{F}_i t$ – tos jėgos impulsas.

Jei kūną veikia kintamoji jėga, tai judesio kiekio pokytį galima apskaičiuoti grafiškai. Funkcijos $F = F(t)$ kreivės apribotas plotas savo skaitine verte lygus judesio kiekio pokyčiui Δp (1 pav.).

Kai išorinės jėgos nėra, galioja ***judesio kiekio tvermės dėsnis***: uždaros sistemos judesio kiekis yra pastovus dydis:

$$\vec{p}_{\text{sist}} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = \text{const}. \qquad (5)$$

Jeigu sistemą sudaro du sąveikaujantys kūnai, tai judesio kiekio tvermės dėsnį užrašome taip:

a) kai sąveika tamprioji, t. y. kai kūnai po sąveikos juda atskirai:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2; \qquad (6)$$

čia $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$ – kūnų greičiai prieš sąveiką, $\vec{u}_1$ ir $\vec{u}_2$ – kūnų greičiai po sąveikos;

b) kai sąveika netamprioji (plastinė), t. y. kai kūnai po sąveikos juda kartu:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}; \qquad (7)$$

čia $\vec{u}$ – kartu judančių kūnų greitis po sąveikos.

Pastoviosios jėgos $\vec{F}$ atliekamas ***darbas***

$$A = \left(\vec{F}\cdot\vec{s}\right) = Fs\cos\alpha; \qquad (8)$$

čia $\vec{s}$ – poslinkio vektorius, α – kampas tarp jėgos $\vec{F}$ ir poslinkio $\vec{s}$ krypties.

Jeigu $\alpha < \frac{\pi}{2}$, tai $A > 0$, jeigu $\alpha = \frac{\pi}{2}$, tai $A = 0$, jeigu $\alpha > \frac{\pi}{2}$, tai $A < 0$.

Pagal šią formulę galima apskaičiuoti ir kintamosios jėgos darbą, jeigu žinoma jėgos vidutinė vertė per judėjimo laiką. Elementariosios matematikos metodais F_{vid} galima apskaičiuoti tik paprasčiausiais atvejais, kai jėgos $\vec{F}$ modulis kinta proporcingai poslinkiui $\vec{s}$, t. y. kai

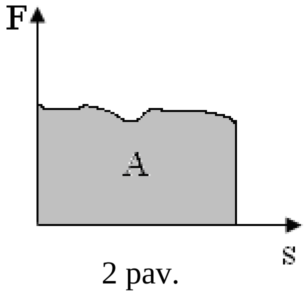
$$\vec{F} = k\cdot\vec{s}; \qquad (9)$$

čia k – proporcingumo koeficientas. Pavyzdžiui, pagal šį dėsnį kinta jėga, kuria tampri spyruoklė veikia ją suspaudžiančius arba ištempiančius kūnus. Taip pat Archimedo jėga panyrant arba išnyrant taisyklingos formos kūnui. Šiais atvejais kintamosios jėgos vidutinė vertė:

$$F_{\mathrm{vid}} = \frac{F_1 + F_2}{2}; \qquad (10)$$

čia F_1 – jėgos vertė poslinkio pradžioje, F_2 – jėgos vertė poslinkio pabaigoje.

Kintamosios jėgos darbą galima apskaičiuoti grafiškai, jei žinomas jėgos kitimo dėsnis. Funkcijos $F = F(s)$ kreivės ribojamas plotas skaitine verte lygus jėgos atliktam darbui (2 pav.).



2 pav.

Darbas, pakeliant m masės kūną gravitacijos lauke, lygus

$$A = m\,g\,h_{\mathrm{c}}; \qquad (11)$$

čia h_{c} – kūno masės centro pakilimo aukštis.

Mechaninė galia

$$N = \frac{A}{t}. \qquad (12)$$

Kampu α į poslinkio kryptį nukreiptos pastoviosios jėgos $\vec{F}$ galia

$$N = F\frac{s}{t}\cos\alpha = Fv\cos\alpha; \qquad (13)$$

čia v – kūno greičio modulis.

Jeigu sprendžiant uždavinius reikia apskaičiuoti galios vidutinę vertę, tai v yra vidutinis kūno judėjimo greitis. Jeigu reikia apskaičiuoti momentinę galią, tai v – momentinė greičio vertė. Maksimali ir minimali galia yra momentinės galios atvejai.

Mechanizmo naudingumo koeficientas:

$$\eta = \frac{A_{\mathrm{n}}}{A_{\mathrm{v}}}, \qquad (14)$$

$$\eta = \frac{N_{\mathrm{n}}}{N_{\mathrm{v}}}, \qquad (15)$$

$$\eta = \frac{E_{\mathrm{n}}}{E_{\mathrm{v}}}; \qquad (16)$$

čia A_n (N_n ,E_n) – mechanizmo naudingas darbas (galia, energija), A_v (N_v ,E_v) – visas atliktas darbas (vartojama galia, energija).

Mechaninė energija (E) – dydis, kuris parodo, kokį didžiausią darbą gali atlikti kūnas (kūnų sistema), pakitus jo mechaninei būsenai. Mechaninė energija skirstoma į kinetinę ir potencinę.

m masės kūno, judančio greičiu $\vec{v}$, kinetinė energija:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \qquad (17)$$

Tampriai deformuotas kūnas (pvz., suspausta arba ištempta spyruoklė) turi potencinės energijos:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}; \qquad (18)$$

čia k – standumo koeficientas, x – absoliutinis spyruoklės pailgėjimas arba sutrumpėjimas.

m_1 ir m_2 masės kūnų, esančių atstumu R vienas nuo kito, gravitacinės sąveikos potencinė energija:

$$E_p = G\frac{m_1 m_2}{R}; \qquad (19)$$

čia G – gravitacijos konstanta, $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^2}$.

m masės kūnas, esantis aukštyje *h* virš Žemės paviršiaus (virš nulinio lygmens), turi potencinės energijos:

$$E_p = m\,g\,h. \tag{20}$$

Kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija lygi visų sistemą sudarančių kūnų kinetinės ir potencinės energijų sumai:

$$E_{piln.} = \sum_i E_{k\,i} + \sum_i E_{p_i}. \tag{21}$$

Kūnų kinetinės energijos sudedamos aritmetiškai, nes jos nepriklauso nuo judėjimo krypties. Potencinė energija priklauso nuo parinkto atskaitos lygmens. Potencinė energija gali būti teigiama ar neigiama.

Energijos tvermės dėsnis: uždaros kūnų sistemos pilnutinė mechaninė energija nekinta, jei ji nevirsta kitų rūšių energija.

$$E_{piln.} = const. \tag{22}$$

Jei sistema nėra uždara, t. y. kūną (arba kūnų sistemą) veikia išorinės jėgos, tai mechaninės energijos tvermės dėsnis negalioja. Tada sistemos pilnutinės mechaninės energijos pokytis lygus išorinių jėgų, veikiančių sistemą, atliktam darbui:

$$\Delta E = A. \tag{23}$$

Sprendžiant tvermės dėsnių uždavinius, siūlome laikytis tokios tvarkos:

1. Išsiaiškinkite, kas duota sąlygoje ir ką reikia rasti.
2. Sudarykite sąlygos lentelę.
3. Nubrėžkite brėžinį, pažymėkite visus duotus ir ieškomus dydžius (judesio kiekio arba greičio vektorius), pažymėkite koordinačių ašis.
4. Išsiaiškinkite, ar kūnų sistema uždara.
5. Parašykite judesio kiekio ir energijos tvermės dėsnius.
6. Parašykite dėsnių lygtis skaliariškai (suprojektuokite į pasirinktą kryptį).
7. Užrašykite trūkstamas lygtis.

Išspręskite uždavinį, patikrinkite ir įvertinkite atsakymą.

Skysčių ir dujų mechanika. Hidro- ir aerodinamikos uždaviniai mažai skiriasi nuo įprastų statikos uždavinių. Sprendžiant šiuos uždavinius taikomi judesio kiekio ir energijos tvermės dėsniai.

Pagrindinis hidromechanikos uždavinys – nustatyti slėgio ir greičio pasiskirstymo skysčio viduje dėsnius. Pradžioje yra nagrinėjamas idealusis, nespūdus skystis. Tarp tokio skysčio sluoksnių neveikia trinties jėgos. Jėgų sąveiką tokiame skystyje apibūdina skaliarinis dydis – slėgis *p*:

$$p = \frac{F}{S};$$

čia $\vec{F}$ – jėga, veikianti S ploto paviršių ir statmena jam.

Pusiausviro skysčio sukeltas slėgis vadinamas hidrostatiniu slėgiu:

$$p = \rho\,g\,h;$$

čia ρ – skysčio tankis, *h* – skysčio stulpelio aukštis.

Galioja Paskalio dėsnis:

- Atvirajame skysčio paviršiuje slėgis p_0 persiduoda nepakitęs į bet kurį skysčio tašką.
- Bet kuriame skysčio taške pilnutinį slėgį sudaro slėgis p_0 į atvirąjį paviršių (paprastai tai atmosferos slėgis) ir skysčio stulpelio hidrostatinis slėgis.
- Kai skystis pusiausviras, slėgis į vienalyčio idealaus skysčio vienodo lygio paviršių visuose šio paviršiaus taškuose vienodas.
- Skystyje (dujose) esantį kūną veikia Archimedo jėga. Ši jėga nukreipta statmenai skysčio atvirajam paviršiui.

Archimedo jėga skaitmeniškai lygi kūno išstumto skysčio (dujų) svoriui:

$$F_A = \rho_0\,g\,V;$$

čia ρ_0 – skysčio (dujų) tankis, *V* – išstumto skysčio tūris (lygus panirusio kūno dalies tūriui).

- Jei, tekant skysčiui, pro bet kurį skerspjūvio plotą per tą patį laiką prateka vienodas skysčio kiekis, tai toks skysčio tekėjimas vadinamas stacionariu. Esant tokiam judėjimui:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2;$$

čia S_1, S_2 – skerspjūvio plotai, v_1, v_2 – skysčio greitis.

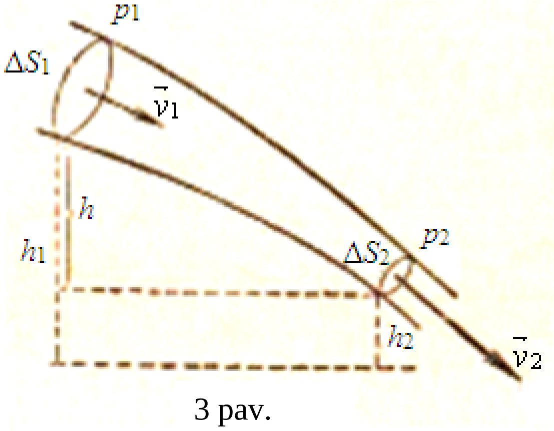
- Bet kuriuose dviejuose idealiojo skysčio skerspjūviuose slėgis yra vienodas:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Šis sąryšis vadinamas Bernulio dėsniu.

- Taigi stacionaraus srauto bet kuriame skerspjūvyje pasirinkę pakankamai ploną ρ tankio skysčio sluoksnį, kurio sunkio centras yra aukštyje h nuo nulinio atskaitos lygio, galime parašyti:

$$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = const;$$



3 pav.

čia – p išorinis slėgis, v tekančio skysčio greitis.

Suma $p + \rho\, g\, h$ vadinama statiniu slėgiu, $\dfrac{\rho v^2}{2}$ – skysčio dinaminiu slėgiu.

Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

1 pavyzdys

Šiaulius ir Bubius jungia tiesus dviračių takas. Tako ilgis ℓ= 15 km. Jokūbas, važiuodamas pastoviu greičiu dviračiu iš Šiaulių į Bubius ir atgal, nepučiant vėjui, įveikia trasą per 100 min. Kiek pasikeis šis laikas, jei ta pačia trasa Jokūbas važiuos pučiant vėjui nuo Šiaulių link Bubių? Vėjo greitis u = 1 m/s. Jokūbo greitis nejudančio oro atžvilgiu abiem atvejais vienodas.

Δt	ℓ = 15 km u = 1 m/s t = 100 min = 600 s

Jokūbo greitis nepučiant vėjui:

$$v = \frac{2\ell}{t}. \quad (1)$$

Kai Jokūbas važiuoja pučiant vėjui, jis sugaišta laiką:

$$t^* = t_1 + t_2, \quad (2)$$

t_1– laikas, sugaištas važiuojant pavėjui:

$$t_1 = \frac{\ell}{v+u}, \quad (3)$$

t_2– laikas, sugaištas važiuojant prieš vėją:

$$t_2 = \frac{\ell}{v-u}. \quad (4)$$

(1), (3), (4) lygtis įrašę į (2), gauname:

$$t^* = \frac{4\ell^2 t}{4\ell^2 - u^2 t^2}.$$

Laikų skirtumas pučiant ir nepučiant vėjui:

$$\Delta t = t^* - t.$$

$$\Delta t = \frac{u^2 t^3}{4\ell^2 - u^2 t^2}$$

$$\Delta t = 250 \text{ s} \approx 4{,}2 \text{ min.}$$

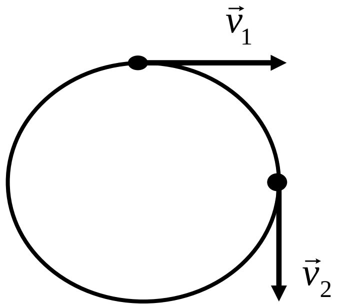
Atsakymas: Laikas, sugaištas važiuojant pučiant vėjui yra Δt = 4,2 min ilgesnis, nei jam nepučiant.

2 pavyzdys

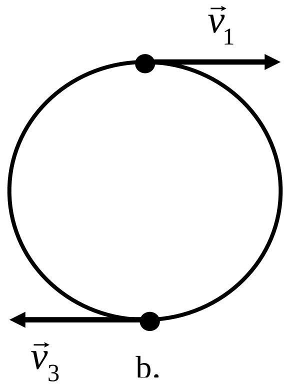
***m* masės kūnas juda apskritimu pastoviu greičiu *v*. Apskaičiuokite judesio kiekio pokytį per a) ketvirtadalį apsisukimo, b) per pusę apsisukimo.**

$\lvert\Delta\vec{p}\rvert$	v
	m

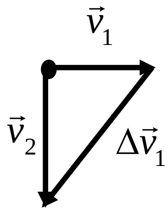
Sprendžiant šį uždavinį svarbu nepamiršti, kad judesio kiekis yra vektorinis dydis.



a.



4 pav. b.



5 pav.

Nubraižome brėžinį (4 pav.), pavaizduojame greičio vektorius. Judesio kiekio pokytis:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m\Delta\vec{v}\ .$$

Pirmuoju atveju (5 pav.):

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1,$$

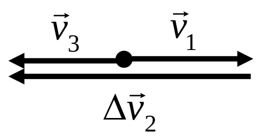
$$\lvert\Delta\vec{v}_1\rvert = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}\ .$$

Kadangi $v_1 = v_2 = v$, tai

$$\lvert\Delta\vec{v}_1\rvert = v\sqrt{2}\ .$$

Ir

$$\lvert\Delta\vec{p}_1\rvert = mv\sqrt{2}\ .$$



6 pav.

Antruoju atveju (6 pav.):

$$\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_3 - \vec{v}_1,$$

$$\lvert\Delta\vec{v}_2\rvert = v_1 + v_3.$$

Kadangi $v_1 = v_3 = v$, tai

$$\lvert\vec{v}_2\rvert = 2v\ .$$

Ir

$$\lvert\Delta\vec{p}_2\rvert = 2mv\ .$$

Atsakymas: $\lvert\Delta\vec{p}_1\rvert = mv\sqrt{2}$, $\lvert\Delta\vec{p}_2\rvert = 2mv$.

3 pavyzdys

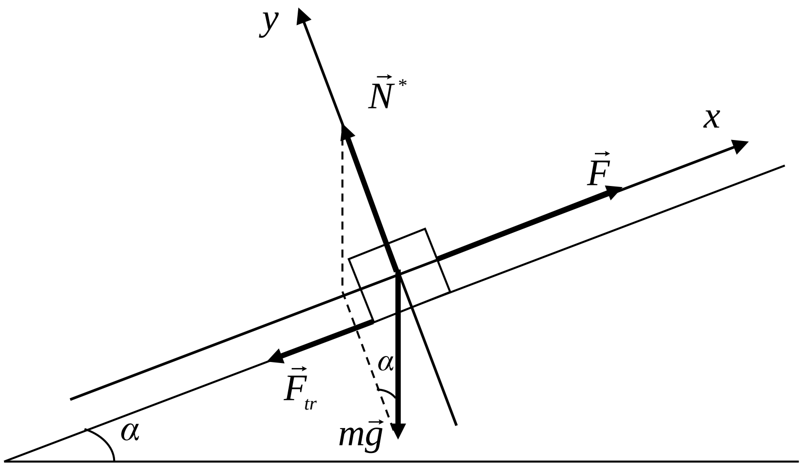
Kokią galią *N* išvysto žmogus, traukdamas pastoviu *v* greičiu *m* masės krovinį į kalną, kurio pasvirimo kampas *α*? Trinties koeficientas tarp krovinio ir kalno paviršiaus *μ*.

N	v m α μ

Traukdamas krovinį pastoviu greičiu žmogus išvysto galią

$$N = F \cdot v.$$

Nubraižome brėžinį (7 pav.), pažymime krovinį veikiančias jėgas.



7 pav.

Krovinį veikia sunkio jėga $m\vec{g}$, trinties jėga $\vec{F}_{tr}$, atramos reakcijos jėga $\vec{N}^*$ ir jėga $\vec{F}$ (kuria žmogus veikia krovinį). Pagal II Niutono dėsnį

$$\vec{F} + \vec{N}^* + \vec{F}_{tr} + m\vec{g} = 0.$$

Suprojektuojame jėgas į pasirinktas ašis:

$$x\text{:}\ F - F_{tr} - mg\sin\alpha = 0. \tag{1}$$

Žinome:

$$F_{tr} = \mu N^*, \tag{2}$$

$$y\text{:}\ N^* - mg\cos\alpha = 0. \tag{3}$$

(2) ir (3) lygtis, įrašę į (1), gauname:

$$F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). \tag{4}$$

(4) lygtį įrašę į (1), gauname žmogaus išvystomą galią:

$$N = mgv(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Atsakymas: $N = mgv(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$.

4 pavyzdys

Horizontaliame kelyje stovintį *m* masės kūną pradeda veikti jėga *F*. Kokia bus kūno kinetinė energija po *t* laiko?

E_k	m F t

Jėgos atliktas darbas yra lygus kinetinės energijos pokyčiui

$$A = \Delta E_k = E_k \text{ (pradiniu momentu kūnas stovi).} \qquad (1)$$

Jėgos F atliktas darbas

$$A = F \cdot s\,. \qquad (2)$$

Kadangi kūnas juda veikiamas jėgos, tai jis juda tolygiai greitėdamas ir

$$s = \frac{at^2}{2}, \qquad (3)$$

čia

$$a = \frac{F}{m}. \qquad (4)$$

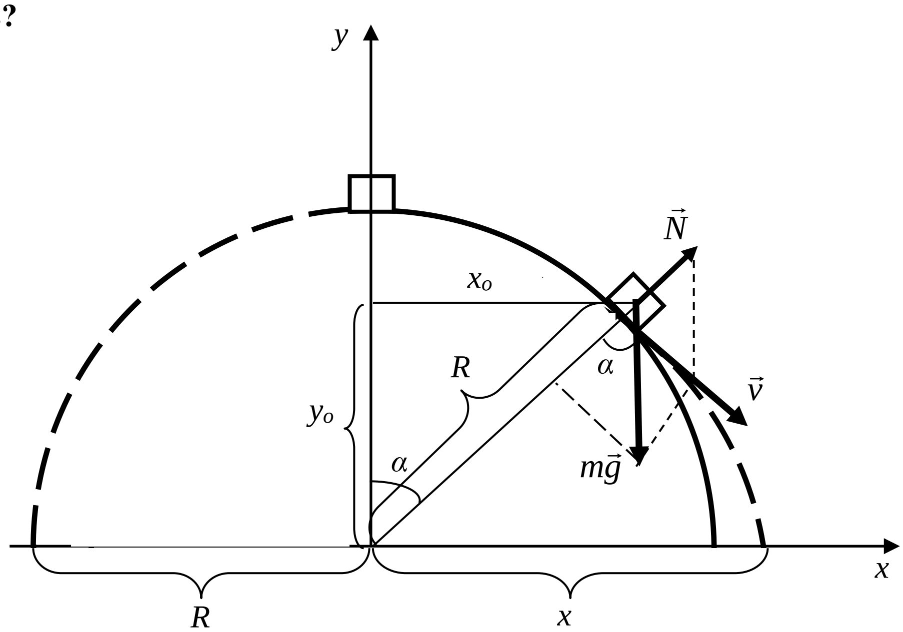
(2), (3), (4) lygtis įrašę į (1), gauname:

$$E_k = \frac{F^2 t^2}{2m}.$$

Atsakymas: $E_k = \dfrac{F^2 t^2}{2m}$.

5 pavyzdys

Ant žemės paviršiaus guli *R* spindulio pusrutulis. Nuo pusrutulio viršūnės be trinties pradeda šliuožti mažas kūnas. Kokiame aukštyje kūnas atitrūks nuo pusrutulio? Kur jis nukris ant žemės?



8 pav.

Pradžioje kūnas slys pusrutulio paviršiumi, po to atitrūkęs nuo paviršiaus judės kaip kūnas, išmestas kampu į horizontą (8 pav.).

Kūną veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir atramos reakcijos jėga $\vec{N}$. Pagal II Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{įc}.$$

Atitrūkimo momentu atramos reakcijos jėga pasidaro lygi nuliui ir įcentrinį pagreitį suteikia sunkio jėgos dedamoji $mg\cos\alpha$:

$$mg\cos\alpha = m\frac{v^2}{R}. \qquad (1)$$

Pasirenkame koordinačių ašis. Pažymėkime x_0 ir y_0 taško, kuriame atitrūksta kūnas, koordinates. Iš brėžinio:

$$y_0 = R\cos\alpha. \qquad (2)$$

Iš (1) lygties:

$$\cos\alpha = \frac{v^2}{gR}. \qquad (3)$$

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$mgR = \frac{mv^2}{2} + mgy_0.$$

Iš čia

$$v^2 = 2gR - 2gy_0. \qquad (4)$$

(3) ir (4) lygtis įrašę į (2) gauname:

$$y_0 = \frac{2}{3}R.$$

Tai ir yra atitrūkimo virš žemės aukštis. Iš brėžinio:

$$x_0 = \sqrt{R^2 - y_0^2}.$$

$$x_0 = \frac{R}{3}\sqrt{5}.$$

Užrašome judėjimo lygtis atitrūkus kūnui:

$$x = x_0 + vt\cos\alpha, \qquad (5)$$

$$y = y_0 - vt\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \qquad (6)$$

Aišku, kad kai kūnas nukris ant žemės, $y = 0$. Iš (2) lygties

$$\cos\alpha = \frac{2}{3} \qquad (7)$$

ir

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}. \qquad (8)$$

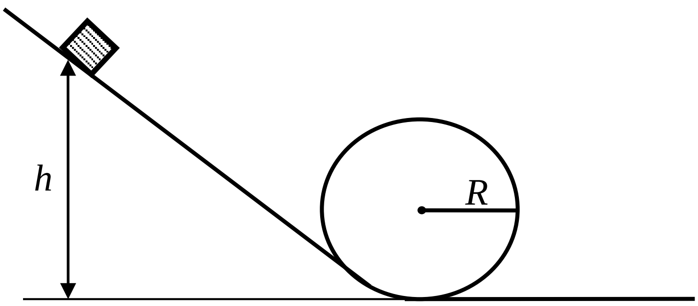
Į (5) lygtį įrašę v, t, $\cos\alpha$, x_0 vertes gauname:

$$x \approx 1{,}12R.$$

Atsakymas: $x \approx 1{,}12R$, $y_0 = \frac{2}{3}R$.

6 pavyzdys

Mažas kūnas be trinties pradeda slysti nuožulniąja plokštuma, kuri baigiasi R = 0,4 m spindulio „mirties kilpa“ (9 pav.). Iš kokio mažiausio aukščio turi slysti kūnas, kad apeitų „mirties kilpą“?

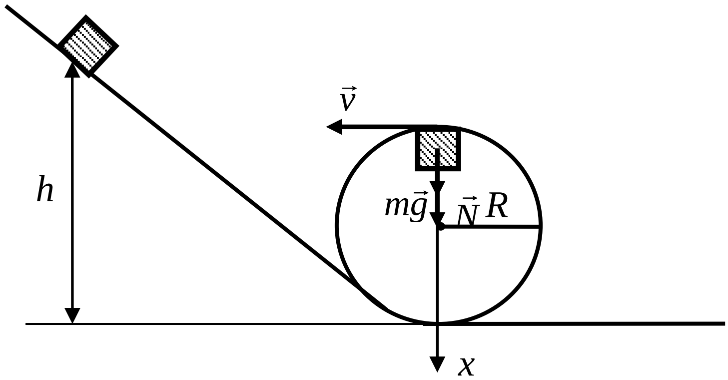


9 pav.

h	R = 0,4 m

Akivaizdu, kad mažiausias aukštis turi būti didesnis nei 2R, nes kitaip aukščiausiame „mirties kilpos“ taške kūnas sustotų ir nukristų. T. y. aukščiausiame kilpos taške kūnas turi ir kinetinės, ir potencinės energijos (10 pav.). Pagal energijos tvermės dėsnį

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + mg2R. \quad (1)$$



10 pav.

Aukščiausiame kilpos taške kūną veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir atramos reakcijos jėga $\vec{N}$. Pagal II Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{įc}.$$

Suprojektuojame jėgas į x ašį:

$$mg + N = m\frac{v^2}{R}.$$

Mažiausias pakilimo aukštis bus tada, kai aukščiausiame trajektorijos taške (ir tik tame taške) atramos reakcijos jėga pasidarys lygi nuliui. Todėl

$$v^2 = gR. \quad (2)$$

(2) lygtį įrašę į (1), gauname:

$$h = \frac{5}{2}R,$$

$$h = 1 \text{ m}.$$

Atsakymas: h = 1 m.

7 pavyzdys

***m* masės rutulys judėdamas *v* greičiu lygiu paviršiumi susiduria su *M* masės stovinčiu rutuliu. Smūgis centrinis. Po smūgio pirmojo rutulio greitis sumažėja du kartus. Raskite suminės kinetinės energijos po smūgio santykį su pradine pirmojo rutulio energija.**

Išnagrinėkime du atvejus:

1. Po smūgio pirmasis rutulys juda ta pačia kryptimi, kaip ir iki smūgio. Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$mv = m\frac{v}{2} + Mu, \quad (1)$$

čia u – antrojo rutulio greitis po smūgio. Aišku, kad $u \geq \frac{v}{2}$ ir $m \geq M$. Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{8} + \frac{Mu^2}{2}.$$

Tai energijos santykis α po ir iki smūgio:

$$\alpha = \frac{\frac{mv^2}{8} + \frac{Mu^2}{2}}{\frac{mv^2}{2}},$$

$$\alpha = \frac{1}{4} + \frac{M}{m}\frac{u^2}{v^2}. \quad (2)$$

Iš (1) lygties:

$$u = \frac{mv}{2M}. \qquad (3)$$

(3) lygtį įrašę į (2) gauname:

$$\alpha = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{m}{M}\right). \qquad (4)$$

Didžiausia α vertė gali būti lygi vienetui – $\alpha = 1$, o tai reikštų, kad energijos nuostolių nėra – smūgis absoliučiai tamprus. Šiuo atveju $m = 3M$.

Mažiausia α vertė – $\alpha = \frac{1}{2}$, tai iš (4) lygties matyti, kad $m = M$, tada iš (1) lygties $u = \frac{v}{2}$, t. y. rutuliai judėtų tuo pačiu greičiu – tai reikštų, kad smūgis yra absoliučiai netamprus. T. y. jei $M \le m \le 3M$, tai $\frac{1}{2} \le \alpha \le 1$.

2. Po smūgio pirmasis rutulys atšoka atgal. Tada pagal judesio kiekio tvermės dėsnį:

$$mv = -\frac{mv}{2} + Mu.$$

Iš čia:

$$u = \frac{3}{2}\frac{mv}{M}. \qquad (5)$$

(5) lygtį įrašę į (2), gauname:

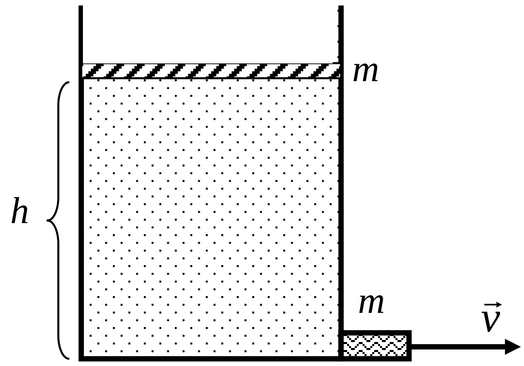
$$\alpha = \frac{1}{4}\left(1 + 9\frac{m}{M}\right). \qquad (6)$$

Jei smūgis absoliučiai tamprus, tai $\alpha = 1$ ir $m = \frac{M}{3}$. Aišku, kad $m > 0$, todėl $\alpha > \frac{1}{4}$. Taigi, jei $0 < m \le \frac{M}{3}$, tai $\frac{1}{4} < \alpha \le 1$.

8 pavyzdys

Prie indo dugno yra maža skylutė. Kokiu greičiu *v* iš skylutėsišteka vanduo, jei vandens aukštis virš skylutės *h*? Trinties vandenyje nepaisykite.

v	h g



11 pav.

Kadangi trinties vandenyje nepaisome, tai mechaninės energijos nuostolių nėra, t. y. vandens potencinė energija virsta kinetine.

Pagal energijos tvermės dėsnį sluoksnelio m potencinė energija aukštyje h turi būti lygi kinetinei energijai prie skylutės (sluoksnelis tarsi „krinta“ iš aukščio h ir išteka pro skylutę) (11 pav).

$$mgh = \frac{mv^2}{2},$$

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Vienas pirmųjų šią išvadą gavo italų mokslininkas E. Toričelis (1608–1647).

„Ištekantis iš indo vanduo ištekėjimo taške turi tokį greitį, kokį turėtų bet koks sunkus kūnas, o reiškia, ir kiekvienas atskiras to vandens lašas laisvai krisdamas iš aukščiausio vandens lygio iki skylės lygio“. Šis teiginys vadinamas Toričelio teorema.

Atsakymas: $v = \sqrt{2gh}$.

III TURO UŽDUOTYS

1. Ištempus spyruoklę dydžiu $\Delta x_1 = 0{,}1$ m, joje atsirandanti tamprumo jėga $F = 2{,}5$ N. Kokia spyruoklės potencinė energija, kai ji ištempta dydžiu $\Delta x_2 = 0{,}08$ m?

2. Kūnas metamas vertikaliai į viršų $v_0 = 20$ m/s pradiniu greičiu iš $h = 25$ m virš Žemės paviršiaus esančio balkono. Kokiu greičiu kūnas nukris ant Žemės? Išspręskite uždavinius a) naudodami kinematikos lygtis, b) energijos tvermės dėsnį. Oro pasipriešinimo nepaisykite.

3. Kūnas metamas vertikaliai į viršų iš taško, esančio aukštyje h virš žemės paviršiaus. Per visą judėjimo laiką kūnas nulekia atstumą $3h$. Kokiu pradiniu greičiu buvo išmestas kūnas? Koks buvo kūno greitis kritimo ant Žemės momentu. Oro pasipriešinimo nepaisykite. (Išspręskite uždavinį taikydami energijos tvermės dėsnį).

4. Kūnas metamas horizontaliai v_0 pradiniu greičiu. Po kiek laiko kūno kinetinė energija padidės n kartų? Oro pasipriešinimo nepaisykite.

5. Kamuolio greitis prieš pat smūgį į sieną buvo du kartus didesnis, nei tuoj po smūgio. Smūgio metu išsiskyrė $Q = 15$ J šilumos. Kokia kūno kinetinė energija prieš smūgį?

6. Horizontaliai lėkusi $v = 10$ m/s greičiu, granata sprogsta į dvi skeveldras. Pirmoji skeveldra nulekia toliau ta pačia kryptimi $v_1 = 25$ m/s greičiu. Kokiu greičiu v_2 juda antroji skeveldra? Žinoma, kad pirmosios ir antrosios skeveldrų masių santykis $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$.

7. Horizontaliai skriejęs artilerijos sviedinys sprogsta į dvi skeveldras. Pirmoji skeveldra nulekia $v_1 = 50$ m/s greičiu $\alpha_1 = 90°$ kampu su pradine kryptimi, antroji – $\alpha_2 = 30°$ kampu $v_2 = 100$ m/s greičiu. Koks skeveldrų masių santykis?

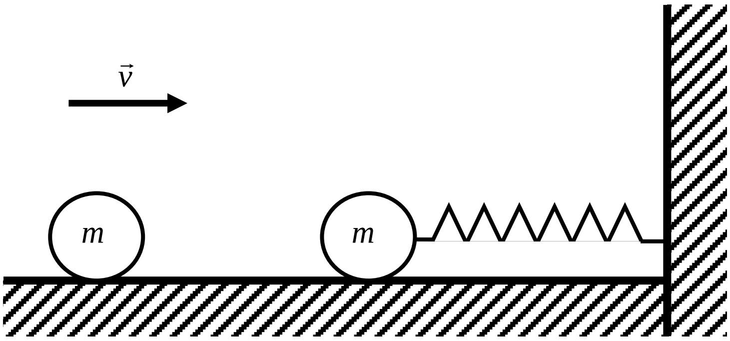
8. Kiek kartų padidės m masės kūno kinetinė energija, jei judesio kiekis padidėjo n kartų?

9. $m = 2$ kg masės kūno judėjimo lygtis $x = 5 - 8t + 4t$? Apskaičiuokite judesio kiekio pokytį per $t = 2$ s nuo judėjimo pradžios.

10. Kamuolys atsimuša į sieną. Kamuolio greitis po smūgio $n = 2$ kartus mažesnis nei pradinis greitis. Smūgio metu išsiskyrė $Q = 15$ J šilumos. Kokia buvo kamuolio kinetinė energija iki smūgio?

11. $m = 2$ kg masės mažų matmenų kubelis be trinties slysta $R = 0{,}5$ m spindulio įduboje. Pradėjęs judėti iš rimties būsenos nuo viršaus, apatiniame trajektorijos taške jis absoliučiai netampriai susiduria su tokiu pačiu stovinčiu kubeliu. Kiek šilumos išsiskyrė smūgio metu?

12. $m = 0{,}1$ kg masės rutulys, judėdamas horizontalia plokštuma $v = 1$ m/s greičiu, susiduria su nejudančiu tokios pat masės rutuliu, pritvirtintu prie spyruoklės (12 pav.). Smūgis absoliučiai netamprus. Kokia bus pilnutinė sistemos mechaninė energija po smūgio? Trinties nėra. Spyruoklės masės nepaisykite.

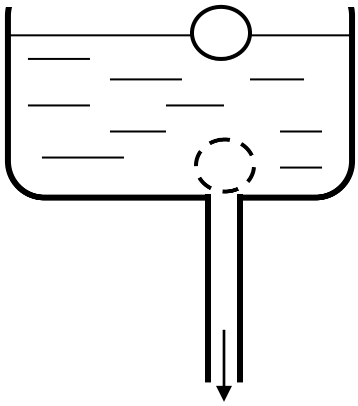


12 pav.

13. m masės kūnas tempiamas už virvės horizontaliu keliu pastoviu greičiu. Virvė sudaro α kampą su horizontalia plokštuma. Trinties koeficientas tarp kūno ir kelio μ. Kokį darbą atliko virvės įtempimo jėga s kelyje.

14. Prie vertikalios, lengvos, nedeformuotos, k = 400 N/m standumo spyruoklės apatinio galo pritvirtintas m = 0,25 kg masės krovinėlis. Krovinėliui, be stumtelėjimo, leidžiama judėti. Apskaičiuokite didžiausią krovinėlio greitį.

15. Plataus indo, užpildyto vandeniu, dugne yra siauras vamzdelis, kuriuo iš indo gali tekėti vanduo. Tarp indo ir vamzdelio yra tinklelis (13 pav.). Jei ant indo dugno (ant tinklelio) nuleisti lengvą kamuoliuką, tai kai vamzdeliu išteka vanduo, kamuoliukas neiškyla. Jei sustabdyti vandens tekėjimą, tai rutuliukas tuoj, pat išplaukia į paviršių. Paaiškinkite kodėl?



13 pav.

16. Cilindrinis indas užpildytas vandeniu. Prie indo dugno, sienelėje, išgręžta S = 0,2 cm^2 skerspjūvio ploto skylė, pro kurią bėga vanduo. Norint palaikyti pastovų vandens lygį inde, į jį įbėga Q = 60 cm^3/s vandens. Koks vandens aukštis h inde?

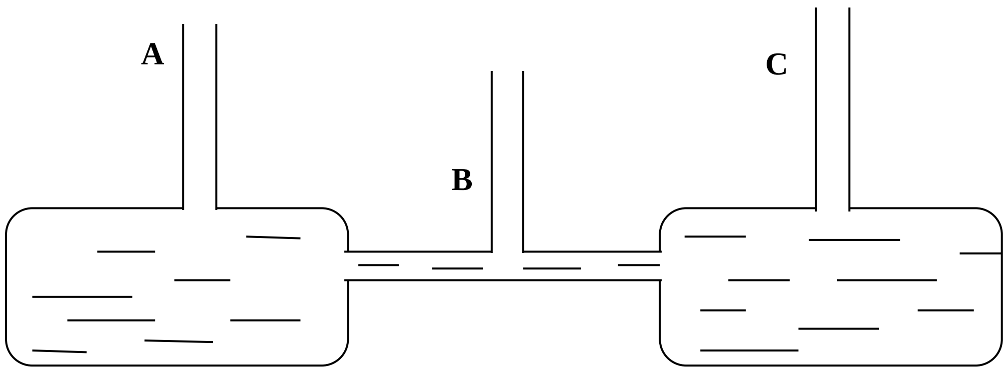
17. S skerspjūvio vamzdis sulenktas 90° kampu. Vamzdžiu teka ρ tankio skystis. Skysčio greitis visame vamzdyje pastovus ir lygus v. Kokia jėga skystis veikia vamzdį? Trinties jėgos ir skystį veikiančios sunkio jėgos nepaisykite. Skystis nespūdus.

18. Iš d = 900 mm skersmens plastikinio vandentiekio vamzdžio išteka Q = 250 ℓ/s vandens. Koks vidutinis vandens greitis v vamzdyje?

19. Žmogaus širdies kairysis skilvelis per vieną susitraukimą į aortą išstumia m = 70 g kraujo, kurio slėgis p = 26 kPa. Tarkime, kad per laiką t = 1 min skilvelis susitraukia n = 75 kartus.

Kraujo tankis ρ = 1050 kg/m^3. Kokią galią išvysto širdis?

20. Vanduo teka skirtingo skersmens vamzdžiu. Skirtingose vamzdžio vietose yra manometriniai vamzdeliai A, B, C (14 pav.). Pavaizduokite vandens lygį šiuose vamzdeliuose.



14 pav.

Lietuvos fizikų draugija
Šiaulių universiteto
Jaunųjų fizikų mokykla „FOTONAS“

Aurelija Pelanskienė
III kurso III turo metodiniai nurodymai ir užduotys
2013–2014 mokslo metai

Rinko ir maketavo Irma Bolskytė